

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET ELEKTROTEHNIKE I RAČUNARSTVA

DIPLOMSKI RAD BR. 26

METODE KALIBRACIJE KAMERA

MARKO KOSANOVIĆ

Zagreb, lipanj 2010.

Zahvaljujem se mentoru prof. dr. Stanku Tonkoviću što mi je omogućio sudjelovanje na zanimljivim projektima tokom studija.

Zahvaljujem se i dipl. ing. Saši Mrvošu na strpljenju i velikoj pomoći koju mi je pružio prilikom izrade ovog rada.

Posebno se zahvaljujem svojoj obitelji na razumijevanju i pruženoj potpori za vrijeme studiranja.

Sadržaj

Sadržaj	- 5 -
1 Uvod	- 7 -
2 Predeterminirani linearni sustav jednažbi	- 9 -
3 Kalibracija boja.....	- 14 -
3.1 Razlozi zbog kojih dolazi do različitih boja	- 14 -
3.2 Odabrani i implementirani model za kalibraciju boje	- 16 -
3.2.1 Model korišten u sustavu	- 16 -
3.3 Implementacija odabranog modela kalibracije boja	- 19 -
3.3.1 OpenCV	- 19 -
3.3.2 Kalibracijska slika	- 20 -
3.3.3 Aplikacija.....	- 21 -
4 <i>Pinhole</i> model kamere	- 26 -
4.1 Povijest pinhole modela.....	- 26 -
4.2 Slikovna geometrija.....	- 27 -
5 Geometrijska kalibracija kamere	- 32 -
5.1 Optika kamere i bitni pojmovi	- 32 -
5.2 Parametri modela kamere	- 35 -
5.2.1 Intrinzični parametri	- 36 -
5.2.2 Ekstrinzični parametri.....	- 40 -
5.3 Distorzija leća	- 42 -
5.3.1 Radijalna distorzija	- 42 -
5.3.2 Tangencijalna distorzija.....	- 43 -
5.4 Metode geometrijske kalibracije kamere.....	- 44 -
5.4.1 Kalibracija kalibracijskim kavezom	- 44 -
5.4.2 Kalibracija kalibracijskom ravninom	- 47 -
5.4.3 Kalibracija štapom.....	- 57 -
5.4.4 Autokalibracija kamere.....	- 61 -
5.4.5 Algoritmi minimizacije greške	- 62 -

5.5	Aplikacija s implementiranom metodom geometrijske kalibracije 2D ravninom.....	- 63 -
5.5.1	2D kalibracijski objekt.....	- 64 -
5.5.2	Implementirani algoritam	- 65 -
	Zaključak.....	- 74 -
	Literatura	- 76 -
	Sažetak.....	- 78 -
	Summary.....	- 79 -

1 Uvod

Kalibracija je po definiciji usporedba između dvije mjere, jedne mjere poznate veličine sa mjerom nepoznate veličine dobivene nekim mjernim uređajem. Kalibracija mjernih uređaja je nužna kako bi njihovo mjerenje bilo točno.

Video kamera je, također, mjerni uređaj koji mjeri dva parametra, intenzitet svjetlosti (boju), kao prvi parametar, te poziciju svakog prvog parametara u dvodimenzionalnom prostoru. Dvodimenzionalan prostor kamere dobiven je kao projekcija trodimenzionalnog prostora scene koju snima kamera.

U prvom poglavlju se obrađuje matematika potrebna za razumijevanje ovog rada. Objašnjavaju se potrebni matematički pojmovi te načini rješavanja problema koji se susreću u radu i koji su bili potrebni u programskim implementacijama.

Ne postoji standard za senzore kamere koji propisuje njihov odziv na intenzitet svjetlosti (boju). Isto tako, proizvodni proces samog senzora te filter koji odvaja komponente boja nisu idealni. Te dvije činjenice dovode do situacije da dvije različite video kamere mogu davati različite informacije o boji istog objekta. Kako bi vrijednosti sa senzora različitih kamera bile usporedive ili kako bi se mogla mjeriti boja snimanog objekt, boje kamere je potrebno kalibrirati. Kalibracija boja kamere znači usporedbu s poznatim prostorom boja te stvaranje veze između vrijednosti boja koje kamera daje i poznatog prostora boja. To omogućuje „ispravljanje“ vrijednosti boja dobivenih iz kamere kako bi se poklapali s referentnim prostorom boja.

U drugom poglavlju govori se o kalibraciji boja kamere. Opisani su razlozi koji dovode do potrebe za kalibracijom te je objašnjen osmišljeni algoritam za kalibraciju boja kamere. Također je opisana aplikacija u kojoj je implementirana osmišljena kalibracija boja. Aplikacija je implementirana u C++ programskom jeziku pomoću *OpenCV* biblioteke funkcija.

Treće poglavlje opisuje *pinhole* model kamere koji predstavlja osnovni model nad kojim se opisuje geometrija kamere i projekcija trodimenzionalnog svijeta u dvodimenzionalnu ravninu kamere.

Kalibracija drugog navedenog parametra kojeg mjeri kamera još se zove i geometrijska kalibracija kamere te se dijeli na kalibraciju unutarnjih i vanjskih parametara. Unutarnji parametri su uvijek isti te predstavljaju parametre koji fizički karakteriziraju samu kameru. Unutarnji parametri su fokalna udaljenost te optička os. Vanjski parametri predstavljaju položaj kamere u odnosu na scenu u kojoj se nalazi. Geometrijska kalibracija se, također, obavlja usporedbom slike dobivene iz kamere s poznatom scenom.

U ovom zadnjem dijelu rada se obrađuje geometrijska kalibracija općenito. Objašnjavaju se pojmovi iz optike te geometrijski parametri potrebni za razumijevanje. Isto tako se daje pregled najpoznatijih kalibracijskih metoda, a fokus je stavljen na metodu kalibracije 2D ravninom koja je detaljno opisana, a koja predstavlja pouzdan i za korisnika jednostavan oblik geometrijske kalibracije kamere. Kalibracija 2D ravninom je implementirana u aplikaciji napisanoj programskim alatom MATLAB.

2 Predeterminirani linearni sustav jednađžbi

Pojam predeterminiranog sustava se odnosi na linearnu algebru i označava sustav linearnih jednađžbi s više jednađžbi nego nepoznanica. Takav sustav nema točno rješenje te se svaku nepoznanicu gleda s određenim stupnjem slobode. Svaka jednađžba tada predstavlja dodatno ograničenje na stupanj slobode nepoznanica. U nastavku je dan općeniti pregled linearnih sustava.

Homogeni sustav

Homogeni sustav uvijek ima trivijalno, tzv. *all-zero* rješenje kad su sve jednađžbe jednake nuli. Uz trivijalno rješenje homogeni sustav može imati i beskonačan skup rješenja, što ovisi o broju linearno zavisnih jednađžbi u sustavu.

Sustav jednađžbi $L_i = 0$, za $1 \leq i \leq M$ i varijable $x_1 \dots x_N$ onda je $x_1 = \dots = x_N = 0$ uvijek rješenje.

U slučaju $M < N$, odnosno kada je broj jednađžbi manji od broja nepoznanica, sustav je poddeterminiran i postoji još rješenja. Dimenzija prostora u kojem se nalaze rješenja odgovara barem $N - M$, odnosno razlici broja nepoznanica i jednađžbi.

Nehomogeni sustav

Sustav linearnih jednađžbi $L_i = 0$, za $1 \leq i \leq M$ s varijablama $x_1 \dots x_N$ gdje jednađžbe L_i mogu biti linearno zavisne.

Postoje tri slučaja sa M jednađžbi i N nepoznanica:

- I. $M > N$ i sve su jednađžbe linearno nezavisne – ovaj sustav nema rješenja.
- II. $M > N$, ali nisu sve jednađžbe linearno zavisne:
 1. Odbacivanjem linearno zavisnih jednađžbi broj preostalih jednađžbi veći je od broja nepoznanica. U ovom slučaju sustav nema rješenja.

2. Odbacivanjem linearno zavisnih jednađbi broj preostalih jednađbi jednak je broju nepoznanica. U ovom slućaju sustav ima jedno rješenje.
3. Odbacivanjem linearno zavisnih jednađbi broj preostalih jednađbi manji je od broja nepoznanica. U ovom slućaju sustav ima beskonaćno puno rješenja.

III. $M > N$ i sve su jednađbe linearno zavisne – ovaj sustav ima beskonaćno rješenja.

Primjer jednog predeterminiranog nehomogenog sustava

Predeterminirani sustav je sustav koji ima više linearno nezavisnih jednađbi nego što ima nepoznanica te samim time nema rješenje.

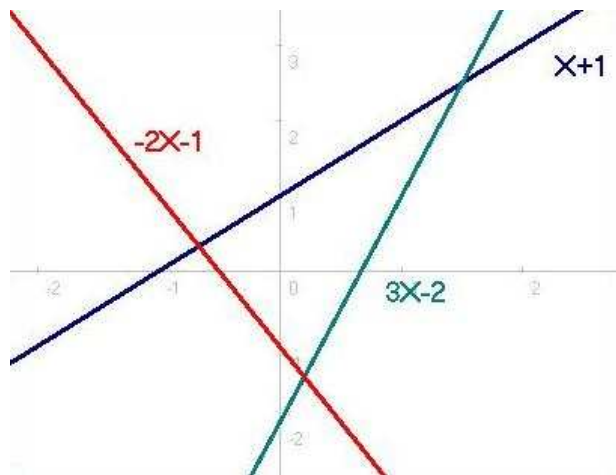
Primjer:

Zadan je sustav tri jednađbe i dvije nepoznanice.

$$2x + y = -1$$

$$-3x + y = -2$$

$$-x + y = 1$$



Slika 1: Graf primjera predeterminiranog sustava

Iz slike je vidljivo da ne postoji jedinstveno sjecište sva tri pravca, odnosno da ovaj sustav nema rješenja. Bitno je naglasiti da su sve tri jednađbe linearno nezavisne (linearna nezavisnost znaći da se niti jedna jednađba ne mođe zapisati kao linearna kombinacija bilo kojih drugih zadanih jednađbi sustava). Kao rješenje sustava se uzima aproksimacija rješenja koja najbolje zadovoljava sva ogranićenja zadana jednađbama.

Gornji sustav jednažbi zapisan u matičnom obliku:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

U matičnom zapisu je vidljivo da je broj redaka veći od broja stupaca u prvoj matrici, što je karakteristika predeterminiranog sustava.

Rješavanje nehomogenog predeterminiranog sustava – pseudoinverz matrice

Kako predeterminirani sustav po definiciji nema rješenja, potrebno je pronaći način rješavanja sustava koji će dati „najtočnija“ rješenja. U tu svrhu se koristi pseudoinverz matrice.

Pseudoinverz predstavlja generalizaciju matičnog inverza te ima neka, ali ne nužno sva, svojstva inverza. Koristi se u slučajevima kada je u računu potreban inverz matrice koja nema inverz. U slučaju da matrica ima inverz, njezin pseudoinverz je jednak njezinom inverzu. Pseudoinverz matrice A se označava kao A^+ . Postoji nekoliko različitih pseudoinverza koji se mogu izračunati, ali je najčešći Moore – Penrose pseudoinverz matrice.

Definicija Moore – Penrose pseudoinverza:

Pseudoinverz A^+ matrice A veličine $m \times n$ je jedinstvena matrica veličine $n \times m$ te zadovoljava sva od iduća četiri kriterija.

1. $A A^+ A = A$
2. $A^+ A A^+ = A^+$
3. $(A A^+)^T = A A^+$
4. $(A^+ A)^T = A^+ A$

Računanje pseudoinverza matrice koristeći regularni inverz

U slučaju potpunog ranga matrice, odnosno ako u matrici nema linearno zavisnih jednažbi, pseudoinverz matrice se računa po sljedećoj formuli:

$$A^+ = (A^T A)^{-1} A^T$$

Računanje pseudoinverza matrice koristeći SVD faktorizaciju

Singular value decomposition popularna je metoda faktorizacije matrice te ima bitne primjene u obradi signala i statistici. Pomoću SVD se na jednostavniji i točniji način može izračunati pseudoinverz nego u metodi u kojoj se koristi regularni inverz.

NAPOMENA: Za potrebe ovog rada bitan je rad samo s realnim brojevima te su izrazi pojednostavljeni i ne mogu se primijeniti na kompleksne brojeve.

SVD faktorizacija glasi:

$$M = U \Sigma V^T$$

- M – Matrica koja zahtijeva faktorizaciju dimenzija $m \times n$.
- U – Ortogonalna kvadratna matrica dimenzija $m \times m$. Pojam ortogonalnosti znači da joj je inverz jednak transpoziciji.
- Σ – Dijagonalna matrica dimenzija $m \times n$. Brojevi na dijagonali su nenegativni realni brojevi.
- V – Ortogonalna kvadratna matrica dimenzija $n \times n$.

Kako bi izračunali pseudoinverz pomoću SVD faktorizacije koristi se sljedeća formula:

$$M^+ = U \Sigma^+ V^T$$

Vidljivo je da se u formuli koristi pseudoinverz dijagonalne matrice Σ . On se dobiva tako da se prvo transponira matrica, a zatim se sve ne-nul vrijednosti zamijene njihovim recipročnim vrijednostima. Nul elementi se ne mijenjaju.

Rješavanje predeterminiranog homogenog nehomogenog sustava

Predeterminirani sustav koji je potrebno riješiti ima oblik

$$Mx = 0$$

Najbolji način za rješavanje je opet pomoću *singular value decomposition* metode te se dobiva faktorizacija:

$$M = U \Sigma V^T$$

Least – squares rješenje nalazi se u matrici V u retku matrice koji odgovara rednom broju najmanje vrijednosti u matrici Σ . Uobičajeni zapis dijagonalne matrice Σ je u padajućem poretku te tada rješenje predeterminiranog sustava postoji kao zadnji stupac matrice V .

3 Kalibracija boja

Kamera svojim senzorom daje odziv u obliku skupine skupa piksela različitih vrijednosti boja. Te vrijednosti nisu standardizirane, nego ovise o mnogo parametara i razlikuju se kod kamera različitih proizvođača, ali i kod istog modela kamere istog proizvođača zbog neidealnosti proizvodnog procesa same kamere.

Cilj kalibracije je stvaranje veze između vrijednosti boja koje kamera daje i poznatog prostora boja. To omogućuje „ispravljanje“ vrijednosti boja dobivenih iz kamere kako bi se poklapali s referentnim prostorom boja.

Razlozi kalibracije boje:

1. Točna interpretacija informacija o boji dobivenih s kamere. Ako je boja kamere kalibrirana za svaku vrijednost, za boju dobivenu s kamere se točno zna gdje pripada u prostoru boja, odnosno točno se zna boja objekta, tj. gdje se boja tog objekta nalazi u poznatom prostoru boja.
2. U sustavima s dvije ili više kamera one moraju biti međusobno usuglašene kako bi slike, odnosno informacije s tih kamera bile međusobno usporedive.

3.1 Razlozi zbog kojih dolazi do različitih boja

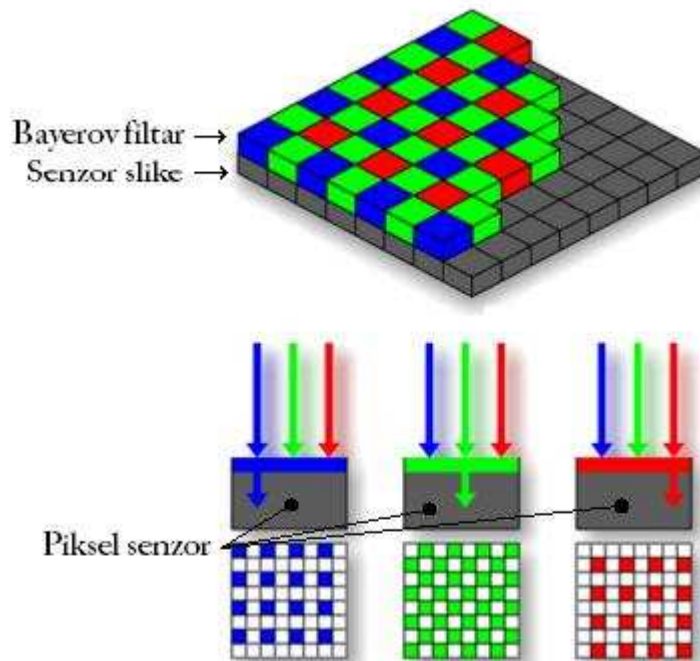
Kao što je prije rečeno, različite kamere snimajući istu scenu ne moraju dati jednake vrijednosti boje, za što postoji nekoliko razloga.

- Senzor kamere ne daje linearan odziv.
- Neidealnost Bayerovog filtra koji ne filtrira idealno valne duljine. Isto tako, sam filter nije idealno postavljen nad senzorom te može biti više ili manje pomaknut u odnosu na senzor, što dovodi do djelomičnog propuštanja „krivih“ valnih duljina po senzoru.
- Različita spektralna distribucija snage koja ovisi o osvjetljenju prostora koji je sniman s kamerom.

Bayer filtar

Senzor slike na kameri se sastoji od dvodimenzionalnog polja malih senzora koji skupljaju informaciju za svaki piksel te su nazvani piksel senzori. Piksel senzor ne raspoznaje boju posebno te tome služi Bayerov filtar.

Bayerov filtar se nalazi preko senzora slike na kameri te služi za razdvajanje svjetlosti koja dolazi do senzora u tri osnovne komponente boje – crvenu, zelenu i plavu. Na taj način svaki piksel senzor mjeri samo jednu od tri komponente boje. Zbog prirode ljudskog oka koje je osjetljivije na zelenu boju, piksel senzora koji mjere zelenu komponentu ima dvostruko više od onih koji mjere crvenu, odnosno plavu komponentu. Ukupna informacija o boji jedne točke dobivena je na taj način s 4 piksel senzora poredanih u 2x2 polje – zeleni, crveni, zeleni, plavi.



Slika 2: Bayerov filtar nad senzorom slike (Weatherburn I. 2009.)

3.2 Odabrani i implementirani model za kalibraciju boje

3.2.1 Model korišten u sustavu

Odabrani model za kalibraciju napravljen je prvenstveno da ispravlja različitost u osjetljivosti senzora te neidealnost Bayerovog filtra, kao i pogrešku njegovog poravnavanja na piksel senzore.

Objašnjenje korištenih oznaka:

Boje svijeta – boje na koje je potrebno kalibrirati sustav; to su boje koje dolaze do senzora kamere te se kalibracijom ispravljaju „smetnje“ koje sustav kamere unosi.

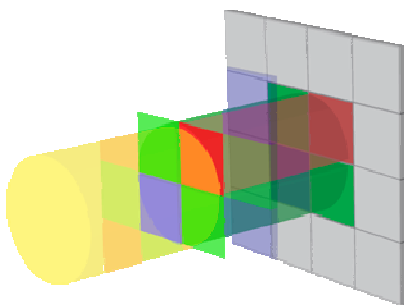
R, G, B – komponente boje svijeta

$C = (R, G, B)$ – boja svijeta predstavljena od tri osnovne komponente boje

Boje slike – boje koje se dobivaju kao izlaz iz sustava kamere.

r, g, b – komponente boja slike

$d = (r, g, b)$ – boja slike predstavljena s tri osnovne komponente boje



Slika 3: Bayerov filter nad 4 piksel senzora (Sapiano T., 2007.)

Na skup od četiri piksela zaduženih za jednu boju dolazi boja svijeta C , sa svojim komponentama R, G i B. Gledajući samo piksel senzor zadužen za crvenu komponentu, na njega, zbog prije nabrojanih razloga, dolaze, osim R komponente, i G i B komponenta. Zbog različite osjetljivosti piksel senzora postoji još i konstanta koja se dodaje r komponenti.

Izraz za r komponentu boje slike d glasi:

$$r = \alpha_r * R + \beta_r * G + \chi_r * B + K_r \quad (1)$$

Na piksel senzor za crvenu boju kroz Bayerov filter prolazi:

α_r crvene komponente C boje svijeta

β_r zelene komponente C boje svijeta

χ_r plave komponente C boje svijeta

Izrazi za ostale boje slike:

$$g = \alpha_g * R + \beta_g * G + \chi_g * B + K_g \quad (2)$$

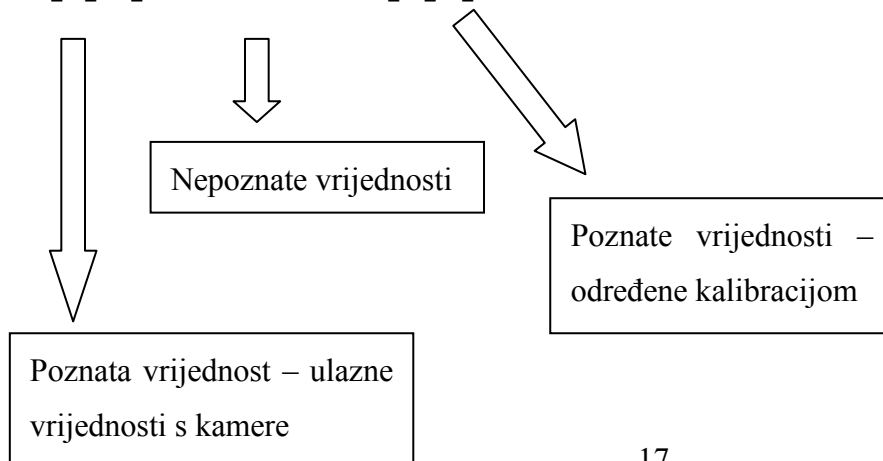
$$b = \alpha_b * R + \beta_b * G + \chi_b * B + K_b \quad (3)$$

Jednadžba sustava:

$$\begin{bmatrix} r \\ g \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_r & \beta_r & \chi_r \\ \alpha_g & \beta_g & \chi_g \\ \alpha_b & \beta_b & \chi_b \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_r \\ K_g \\ K_b \end{bmatrix}, \quad (4)$$

odnosno

$$\begin{bmatrix} r \\ g \\ b \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_r & \beta_r & \chi_r & K_r \\ \alpha_g & \beta_g & \chi_g & K_g \\ \alpha_b & \beta_b & \chi_b & K_b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$



U sustavu postoji 12 nepoznanica, što znači da su potrebna minimalno četiri kalibracijska mjerenja kako bi se nepoznanice mogle izračunati. Ovaj kalibracijski model nije idealan, odnosno ne anulira u potpunosti razloge zbog kojih je potrebna kalibracija. To znači da se radi aproksimacija jer ne postoji točno rješenje nego samo aproksimacija rješenja koja najbolje zadovoljava sustav. Kako bi aproksimacija bila što točnija, radi se predeterminirani sustav, odnosno rade se više od četiri minimalno potrebna mjerenja.

Jednadžba za r komponentu boje:

$$r = [R \quad G \quad B]^* \begin{bmatrix} \alpha_r \\ \beta_r \\ \chi_r \end{bmatrix} + K_r \quad (6)$$

$$r = [R \quad G \quad B \quad 1]^* \begin{bmatrix} \alpha_r \\ \beta_r \\ \chi_r \\ K_r \end{bmatrix} \quad (7)$$

Svako novo mjerenje daje nam novu informaciju za r, g i b komponentu te za odgovarajuće R, G i B komponente na koje ih je potrebno kalibrirati.

S više mjerenja jednadžba za r komponentu boje izgleda ovako:

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ r_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & G_1 & B_1 & 1 \\ R_2 & G_2 & B_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ R_n & R_n & B_n & \cdot \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \alpha_r \\ \beta_r \\ \chi_r \\ K_r \end{bmatrix} \quad (8)$$

Za sve tri komponente boje dobivaju se tri linearna sustava:

$$\begin{aligned}\vec{r} &= A * \vec{\delta}_r \\ \vec{g} &= A * \vec{\delta}_g \\ \vec{b} &= A * \vec{\delta}_b\end{aligned}\tag{9}$$

Gdje nepoznanice tvore vektori $\vec{\delta}_r$, $\vec{\delta}_b$ i $\vec{\delta}_g$.

Kako bismo riješili ova tri linearna sustava, potreban nam je pseudoinverz matrice A.

$$\begin{aligned}\vec{\delta}_r &= A^+ * \vec{r} \\ \vec{\delta}_g &= A^+ * \vec{g} \\ \vec{\delta}_b &= A^+ * \vec{b}\end{aligned}\tag{10}$$

3.3 Implementacija odabranog modela kalibracije boja

Implementirani model boja napravljen je kao samostalna aplikacija. Aplikacija je napravljena u C++ Borland Builder okruženju za razvoj aplikacija te u *OpenCV* biblioteci funkcija za računalni vid.

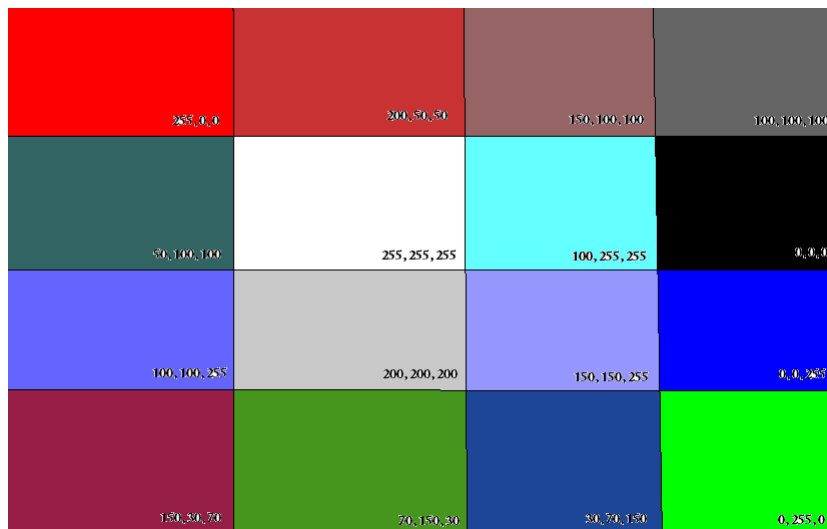
3.3.1 OpenCV

OpenCV je besplatna biblioteka funkcija slobodnog koda koja se izdaje pod BSD licencom. Razvijena je od strane intela 1999. godine, a sada je u verziji 1.1. Neovisna je o platformi na kojoj se koristi (engl. cross platform) te radi na Windowsima, Linuxu, Mac OS-u te raznim ugradbenim sustavima u kojima se koristi računalni vid. Fokusira se na procesiranje u stvarnom vremenu te, ako naiđe na intelovu IIP biblioteku za ubrzavanje multimedijalnih aplikacija, automatski je koristi za svoje ubrzanje. Pisana je u C programskom jeziku, što je čini vrlo prenosivom, ali postoje omotači (engl. wrappers) za programske jezike kao što je C# i Python.

OpenCv biblioteka posjeduje mnoge funkcije koje nam olakšavaju posao prilikom programiranja aplikacija vezanih za obradu slike ili video signala. To omogućava programeru fokusiranje na rješavanje problema, bez zamaranja sa samim načinom implementacije i pisanja funkcija koje su česte u takvim aplikacijama. Gotovo sve funkcije koje programeru mogu zatrebati su dostupne u biblioteci te su imenovane vrlo intuitivno, što ih čini lako pamtljivima i razumljivima.

3.3.2 Kalibracijska slika

Kao odabrana kalibracijska slika napravljena je jednostavna slika u nekompresiranom 24 bitnom bmp formatu. Na slici postoji 16 uniformnih područja boja koja su odabrana da pokriju cijeli spektar vrijednosti RGB boja od 256 vrijednosti po kanalu. Unutar svakog područja na donjem desnom kutu zapisana je RGB vrijednost boje tog područja.

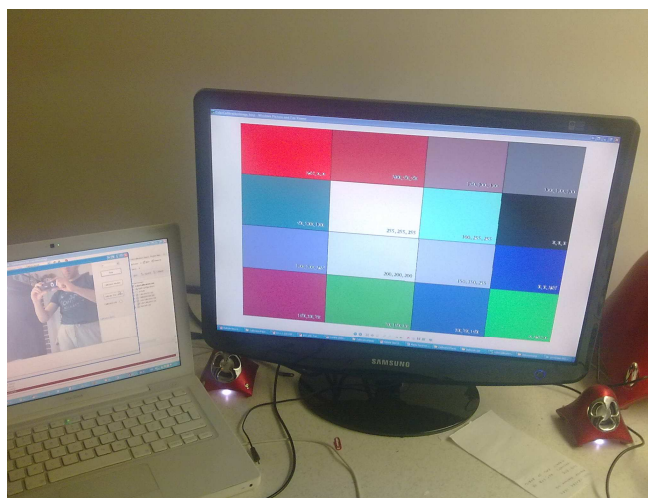


Slika 4: Kalibracijska slika namijenjena kalibraciji boje

3.3.3 Aplikacija

Postupak kalibracije s izrađenom aplikacijom:

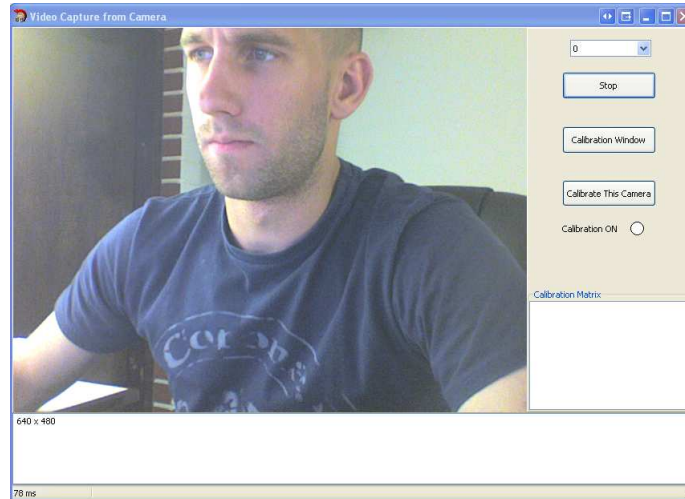
1. Kalibracijsku sliku pohranjenu u digitalnom formatu potrebno je na neki način prikazati kako bi mogla biti snimljena kamerom čija se boja želi kalibrirati. Jednostavnije metode su otisak na kućnom pisaču ili prikaz na ekranu monitora, dok bi se za kvalitetniju kalibraciju sliku moralo otisnuti na profesionalnom pisaču ili na neki drugi način, gdje bi boje imale što veći opseg u prostoru boja. Boje koje prikazuje kalibracijski objekt predstavljaju referentne boje prilikom kalibracije.



Slika 5: Kalibracijski objekt za kalibraciju boje

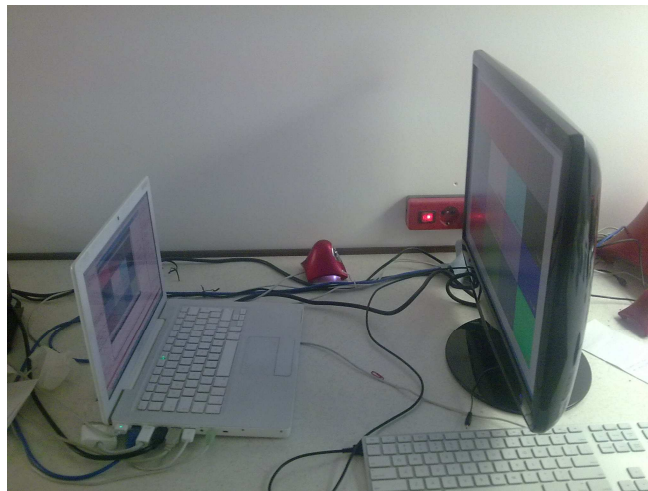
2. Iz padajućeg izbornika na glavnom prozoru prvo je potrebno odabrati koju kameru se želi kalibrirati. Izbornik nudi mogućnost odabira bilo koje kamere priključene na računalo.

3. Pritiskom na tipku *Start* unutar prozora se prikazuje video sadržaj dohvaćen s odabrane kamere kako bi se položaj kamere mogao namjestiti prema kalibracijskom objektu, odnosu kalibracijskoj slici otisnutoj na papir ili prikazanoj na ekranu monitora.



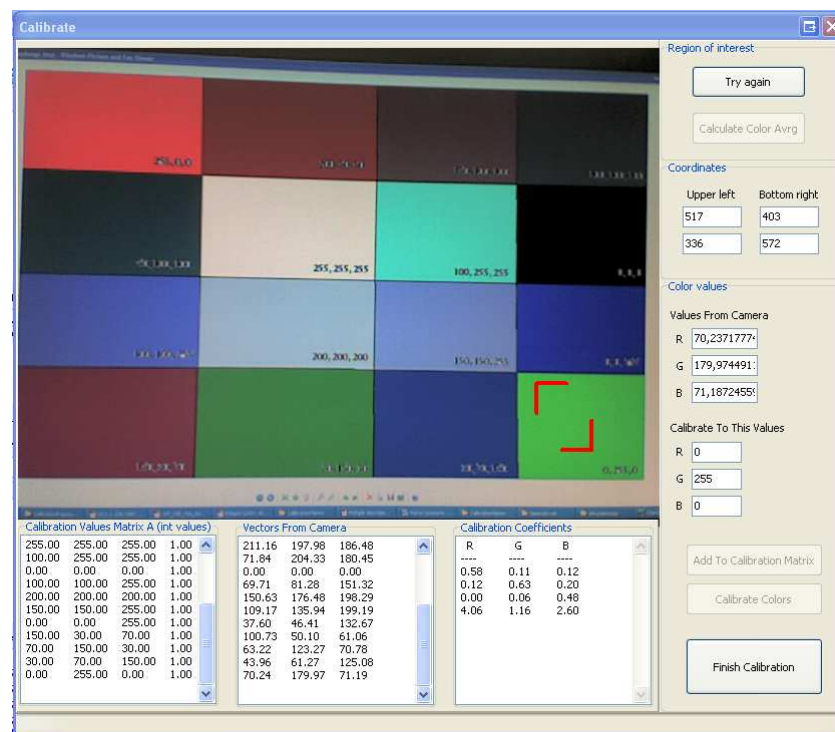
Slika 6: Početni prozor aplikacije za kalibraciju boja

4. Kamera kojoj se želi kalibrirati boja usmjerava se prema kalibracijskom objektu te se odabire tipka *Calibrate Window* kojom se otvara novi prozor za kalibraciju.



Slika 7: Kamera usmjerena prema kalibracijskom objektu (koristi se web kamera ugrađena u računalo)

5. Lijevim klikom mišem odabire se uniformno područje boje te se pritiskom na tipku *Calculate Color Avrg* računa prosjek boje unutar tog područja. Izračunate vrijednosti boja prikazuju se na prozoru pod „*Values From Camera*“.
6. Korisnik u sekciji „*Calibrate To This Values*“ upisuje vrijednosti boje sa kalibracijske slike. Ove vrijednosti predstavljaju vrijednosti u koje je potrebno kalibrirati vrijednosti koje su dobivene u koraku 5.
7. Pritiskom na tipku *Add To Calibration Matrix* spremamo par vrijednosti – RGB vrijednosti dobivene s kamere i RGB vrijednosti u koje je RGB vrijednosti dobivene s kamere potrebno kalibrirati.
8. Nakon dovoljnog (što više to bolje, minimalno 4) broja parova vrijednosti, pritiskom na tipku *Calibrate Colors* stvara se kalibracijska matrica kojom se vrijednosti s kamere pretvaraju u kalibrirane vrijednosti.



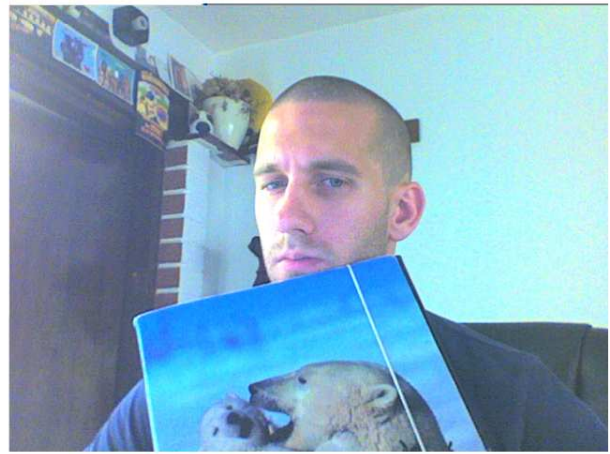
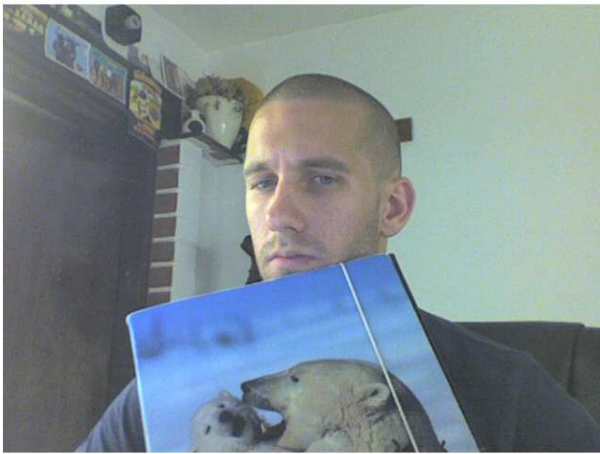
Slika 8: Završena kalibracija boja

9. Nakon zatvaranja pomoćnog prozora tipkom *Finish Calibration*, u glavnom prozoru odabirom tipke *Calibrate This Camera* može se uključivati i isključivati kalibracija boja.

Rezultati:

Kao rezultat su dane usporedbe *screenshotova* prikaza s kamere prije kalibracije i nakon kalibracije. Na slici 9 na gornja dva dijela slike vidi se usporedba pogleda na kalibracijski objekt, odnosno ekran računala koji prikazuje kalibracijsku sliku. Vidljivo je da je kalibrirani *screenshot* sličniji kalibracijskoj slici, što znači da je kalibracijski algoritam djelomično anulirao promjenu boja koju unosi sustav kamere. Znatnu grešku u kalibraciji unosi kalibracijski objekt koji je LCD monitor. Zbog svoje neravnomjerne osvjetljenosti, vidljivo je da područja koja bi trebala biti homogena obojena nisu takva, pogotovo uz rub ekrana monitora.

Na slici 9 donja dva dijela slike prikazuju stvarnu scenu prije i poslije kalibracije. Vidljivo je da su na kalibriranom dijelu slike boje jačeg kontrasta.



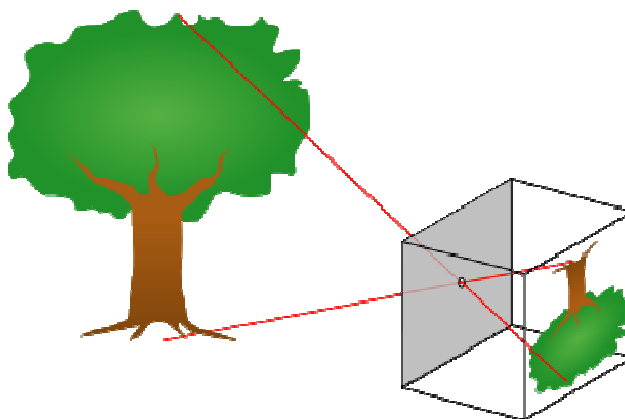
Nekalibrirano

Kalibrirano

Slika 9: Usporedba kalibrirane i nekalibrirane slike

4 *Pinhole* model kamere

Najjednostavniji model kamere naziva se *pinhole* model. Takav model kamere, umjesto leće kroz koju ulazi svjetlo, ima otvor vrlo malenog promjera te ga se može predočiti kao tamnu kutiju s malom rupicom za svjetlost. Na idealnom *pinhole* modelu kroz otvor za svjetlost prolazi samo jedna zraka sa svakog dijela scene koju snimamo. Rezultantna slika je projicirana na unutrašnju stranu stijenke kutije te je obrnuta (zarotirana za 180 stupnjeva).



Slika 10: *Pinhole* model kamere (Cameron-Fenwick L., 2009.)

4.1 Povijest pinhole modela

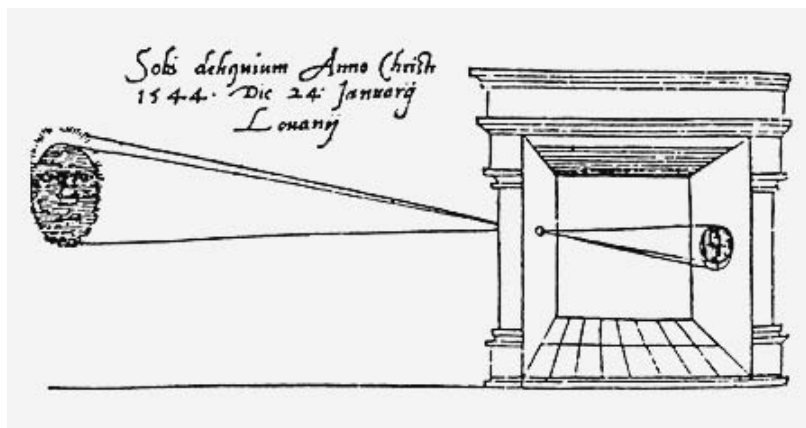
Pinhole model je moguće pronaći u okolišu koji nas okružuje, kao što je lišće na drveću koje tvori rupice kroz koje mogu proći sunčeve zrake svjetlosti, ili rupice na pletenoj košari. Upravo zbog učestalosti u prirodi filozofi i matematičari, kao što su Aristotel i Euklid, su još u u antičkoj Grčkoj, četiri stoljeća prije Nove Ere, počeli proučavati pojave kao što je prikaz polumjeseca na podlozi kada zrake svjetlosti prilikom pomrčine sunca prolaze kroz lišće drveća te su pokušavali dati odgovore na njih.

U 5. stoljeću prije Nove Ere u drevnoj Kini filozof Moj- ing je spomenuo efekt obrnute slike koja se događa prilikom prolaska svjetlosti kroz rupicu.

U 10. stoljeću prvi puta je opisana konstrukcija *pinhole* modela od strane arapskog filozofa i matematičara Ibn al-Haythama, poznatog kao Alhazem. On je, također, opazio da, što je tanja

rupica, slika je bistrija.

Prvi detaljan opis *pinhole* modela kamere dao je talijanski umjetnik i izumitelj Leonardo da Vinci u svojem rukopisu Codex Antlanticus koji ga je koristio za proučavanje perspektive u geometriji (Balihar D., 2001.).

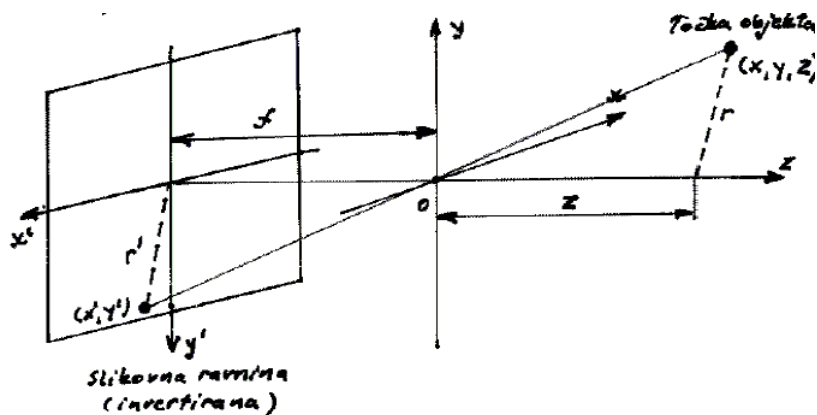


Slika 11: Skica pomrčine sunca Johannesesa Keplera iz 1544. godine (Balihar D., 2001.)

4.2 Slikovna geometrija

Osnovni (stvarni) model

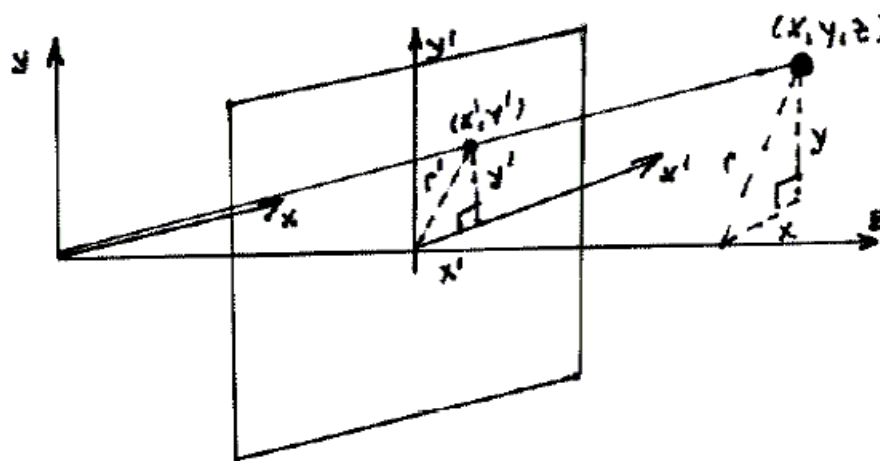
Ovaj model opisuje projekciju točaka iz scene na slikovnu ravninu prema idealnom *pinhole* modelu.



Slika 12: Izravni prikaz *pinhole* modela (Ribarić S.)

Imamo trodimenzionalni koordinatni sustav s ishodištem u točki O i koordinatnim osima x , y i z . Koordinate ovog koordinatnog sustava nazivamo koordinatama svijeta. Ravnina paralelna s x i y osi trodimenzionalnog koordinatnog sustava postavljena je na udaljenosti f od ishodišta O tog sustava te se naziva slikovna ravnina. Slikovna ravnina ima svoje koordinatne osi x' i y' , a os z prolazi kroz njezino središte i okomita je na njega. Ishodište O predstavlja centar projekcije, odnosno u *pinhole* modelu predstavlja rupicu kroz koju prolaze zrake svjetlosti. Koordinate svijeta (x, y, z) nekog objekta se preko ishodišta O projiciraju na slikovnu ravninu u koordinate (x', y') .

Iz slike je vidljivo da se pomoću *pinhole* modela na slikovnoj ravnini dobiva invertirana slika (zarotirana za 180 stupnjeva). Ovaj model predstavlja realan geometrijski opis *pinhole* modela koji je fizički ostvariv. Kako bi se izbjegao problem invertirane slike, koristi se modificirani model koji fizički nije ostvariv, nego je jednostavniji za računanje te za čovjeka predstavlja prirodniji prikaz.



Slika 13: Modificirani prikaz pinhole modela (Ribarić S.)

U ovom modelu također imamo slikovnu ravninu s koordinatnim osima x' i y' i trodimenzionalni koordinatni sustav s koordinatnim osima x , y i z i središtem O. Razlika je u smještaju slikovne ravnine koja nije više postavljena lijevo od centra projekcije, nego je sada postavljena s desne strane, između centra projekcije i objekta u prostoru. Može se zamisliti kao da na slikovnoj ravnini ostaje režanj uzet iz svih zraka svjetlosti koje dolaze iz objekta u

prostoru do centra projekcije. Zbog tog razloga slika nije invertirana, nego je uspravna. U ovom modelu slika nije prikazana invertirano.

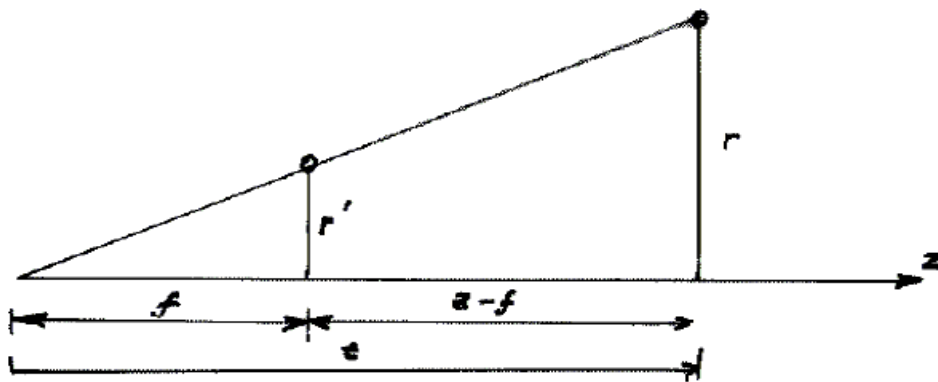
Perspektivna projekcija

Koordinata (x', y') na slikovnoj ravnini je točka u kojoj zraka svjetlosti koja ide od točke svijeta (x, y, z) do centra projekcije O siječe tu slikovnu ravninu. Udaljenost točke svijeta (x, y, z) od optičke osi (koordinatne osi z) označava se sa r , dok se udaljenost točke (x', y') u koordinatnom sustavu slikovne ravnine od optičke osi označava sa r' . Pravci x', y', r' i x, y, r tvore dva pravokutna trokuta pa, prema Pitagorinom teoremu, slijedi:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1)$$

$$r' = \sqrt{x'^2 + y'^2} \quad (2)$$

Na slici 13 mogu se primijetiti dva pravokutna trokuta: jedan omeđen koordinatnom osi z , svjetlosnom zrakom koja ide od točke (x, y, z) do centra projekcije O i linijskim segmentom r koji je okomit na koordinatnu os z te ju spaja sa točkom (x, y, z) te drugi trokut omeđen koordinatnom osi z , svjetlosnom zrakom koja ide od točke (x, y, z) do centra projekcije O i linijskim segmentom r' koji je okomit na koordinatnu os z te ju spaja sa točkom (x', y') koordinatnog sustava slikovne ravnine.



Slika14: Perspektivna projekcija (Ribarić S.)

Odvojeni prikaz ova dva pravokutna trokuta vidljiv je na slici 14. Ovi pravokutni trokuti imaju jedan zajednički kut (kut koji zatvara koordinatna os z i svjetlosna zraka), što je dovoljan uvjet za sličnost trokuta po teoremu da su dva trokuta slična ako su im dva kuta jednaka.

Zbog sličnosti trokuta vrijedi:

$$\frac{f}{z} = \frac{r'}{r} \quad (3)$$

Isto tako, prema slici 13 postoje još dva slična pravokutna trokuta. Trokut omeđen pravcima x' , y' i r' , i trokut omeđen pravcima x , y i r slični su jer su im stranice r i r' proporcionalne, a kutovi među njima su jednaki.

Iz toga slijede omjeri:

$$\frac{x'}{x} = \frac{y'}{y} = \frac{z'}{z} \quad (4)$$

Kombinacijom jednadžbi (3) i (4) dobiva se jednadžba perspektivne projekcije:

$$\frac{x'}{x} = \frac{f}{z}, \quad (5)$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{f}{z} \quad (6)$$

Iz kojih slijede jednadžbe za položaj točke (x, y, z) u slikovnoj ravnini:

$$x' = x \frac{f}{z} \quad (7)$$

$$y' = y \frac{f}{z} \quad (8)$$

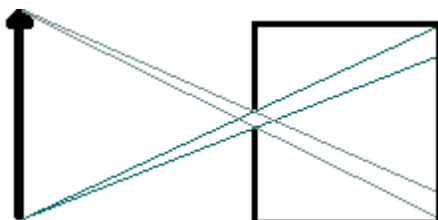
Svojstva perspektivne projekcije:

Udaljeni objekti su manji od onih koji su bliže *pinholeu*.

Slike paralelnih linija u sceni sijeku se u beskonačnosti.

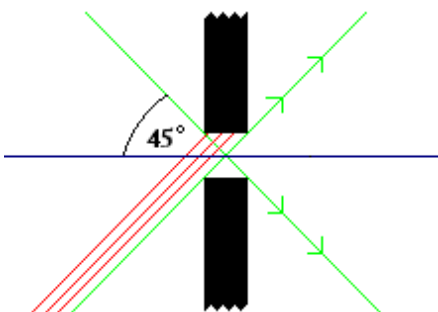
Promjer pinholea

Prema definiciji modela *pinhole* kamere rupica je beskonačno mala te iz svake točke objekta koji se snima kroz rupicu, prolazi samo jedna zraka svjetlosti. Povećanjem promjera rupice smanjuje se oštrina slike (Slika 15.).



Slika 15: Povećanjem promjera rupice smanjuje se oštrina slike

Razlog smanjenju oštrine je što s iste točke objekta koji se promatra, na slikovnu ravninu pada više od jedne zrake svjetlosti na različita mjesta na toj slikovnoj ravnini. Povećanjem promjera rupice ovaj efekt je izraženiji. U teoriji, što je promjer rupice manji, slika je oštrija, no smanjujući promjer, dolazi se do dva efekta zbog kojih slika na slikovnoj ravnini postaje lošija. Zbog valne prirode svjetlosti, u slučaju dovoljno malenog promjera rupice, dolazi do difrakcije svjetlosti, što rezultira smanjenjem oštrine slike na slikovnoj ravnini. Kada se smanjenjem promjera rupice promjer približava debljini stjenke plohe na kojoj je načinjena rupica, dolazi do smanjenja svjetline po rubovima projekcije slike na slikovnoj ravnini. Razlog tome leži u smanjenoj količini svjetla koja dolazi do rubova slike jer rubovi naspram rupice postaju toliko debeli da samo zrake koje su unutar 45° u odnosu na optičku os mogu prodrijeti do slikovne ravnine (Slika 16) .



Slika 16: Efekt kod smanjenja promjera rupice

5 Geometrijska kalibracija kamere

Cilj geometrijske kalibracije kamere je pronalaženje poveznice između točke u svijetu s koordinatama (X, Y, Z) s koordinatama piksela (x, y) u koji se ta točka svijeta projicira. Produkt geometrijske kalibracije kamere je mogućnost određivanja koji piksel senzora kamere odgovara kojem skupu točaka u svijetu. Skup točaka u svijetu koji se projicira u jednu točku na senzoru kamere nalazi se na istom pravcu.

Model kamere korišten prilikom računanja kalibracije se u potpunosti oslanja na *pinhole* model. Video kamere koje se danas proizvode, u sebi sadrže leću te, samim time, ne odgovaraju *pinhole* modelu. U ovisnosti o ekonomskom razredu izrađene video kamere, proizvodni proces izrade leće i senzora, kao i samo sastavljanje kamere u cjelinu, može imati veće ili manje greške koje dovode do odstupanja od idealnog *pinhole* modela.

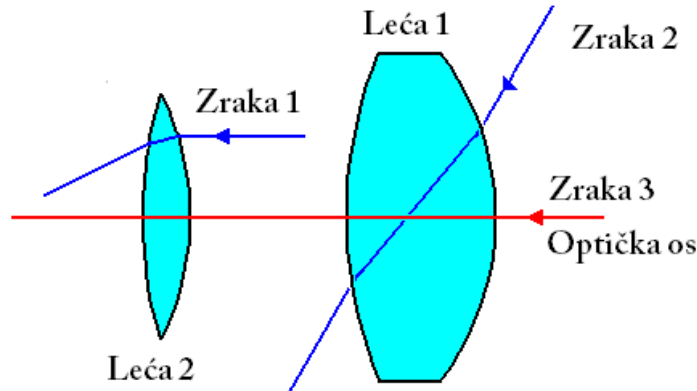
U prvom dijelu ovog poglavlja o geometrijskoj kalibraciji navode se i objašnjavaju glavni pojmovi u optici kamere koji su potrebni za razumijevanje. Drugi dio objašnjava parametre kamere koje je potrebno ustanoviti kalibracijom. Treći dio se bavi distorzijom leća kod video kamera te njihovim ispravljanjem. Četvrti dio prolazi kroz najbitnije metode geometrijske kalibracije kamere. Aplikacija u kojoj je implementirana geometrijska kalibracija opisana je u zadnjem, petom dijelu ovog poglavlja.

5.1 Optika kamere i bitni pojmovi

Za razumijevanje parametara koji se računaju kalibracijom potrebno je objasniti neke osnovne pojmove o optici.

Optička os

Optička os je zamišljena os koja prolazi kroz centar leće. Zraku svjetlosti koja prolazi optičkom osi leća ne lomi. Također optička os je rotacijski simetrična po jednoj osi.



Slika 17: Optička os

Prednja i stražnja fokalna točka

Svaka zraka koja prođe kroz prednju fokalnu točku leće, nakon prolaska kroz tu leću, izlazi paralelna s optičkom osi.

Zrake koje ulaze u leću paralelne s optičkom osi, iz leće izlaze sastajući se u jednoj točki koja se zove stražnja fokalna točka.

Prednja i stražnja fokalna ravnina

Prednja fokalna ravnina je zamišljena ravnina okomita na optičku os te ju siječe u prednjoj fokalnoj točki.

Stražnja fokalna ravnina je zamišljena ravnina okomita na optičku os te ju siječe u stražnjoj fokalnoj točki.

Prednja i stražnja glavna ravnina (*principal plane*)

Zraka svjetlosti se prolaskom kroz leću lomi dva puta, pri ulasku kroz leću i pri izlasku iz leće. Glavna ravnina je zamišljena ravnina unutar leće na kojoj bi se zraka svjetlosti lomila kada bi se lomovi svjetlosti na ulasku i izlasku iz leće zamijenili samo jednim lomom svjetlosti unutar leće.

Prednja glavna ravnina predstavlja zamišljenu ravninu loma kada zrake svjetlosti dolaze s prednje fokalne točke i izlaze paralelno s optičkom osi.

Stražnja fokalna točka predstavlja zamišljenu ravninu loma kada zrake svjetlosti dolaze paralelno s optičkom osi i izlaze kroz stražnju fokalnu točku.

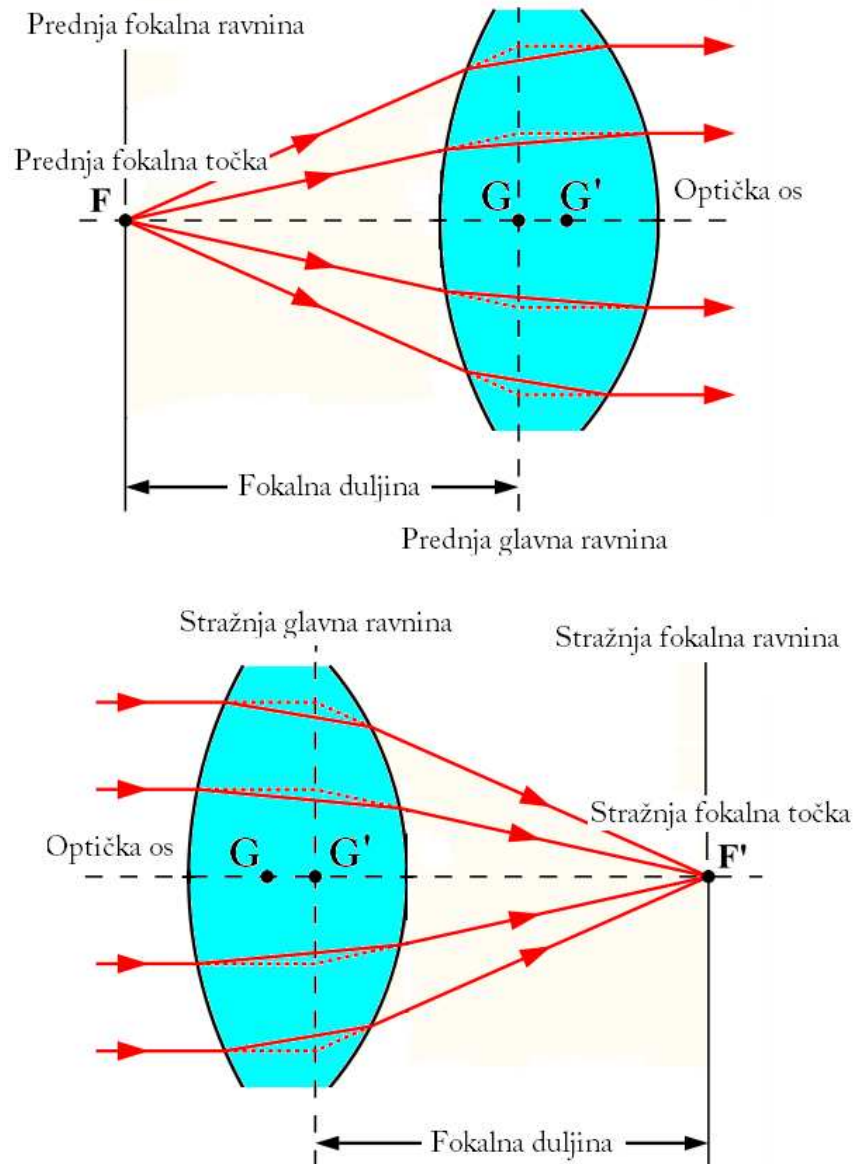
Prednja i stražnja glavna točka (*principal point*)

Prednja glavna točka je točka u kojoj prednja glavna ravnina siječe optičku os.

Stražnja glavna ravnina je točka u kojoj stražnja glavna ravnina siječe optičku os.

Fokalna udaljenost

Udaljenost prednje fokalne točke/ravnine od prednje glavne točke/ravnine, odnosno udaljenost stražnje fokalne točke/ravnine od stražnje fokalne točke/ravnine.



Slika 18: Bitni pojmovi u optici leća kamere

5.2 Parametri modela kamere

Geometrijskom kalibracijom kamere se izračunavaju parametri koji nam omogućuju povezivanje svake koordinate dobivene sa slike kamere s pravcem u sceni u kojoj je smještena kamera. Parametre dijelimo na intrinzične (unutarnje) i ekstrinzične (vanjske). Intrinzični parametri sadrže informacije potrebne za centralnu projekciju iz 3D prostora u 2D prostor, dok

ekstrinzični smještaju kameru u odnosu na definirani koordinatni sustav u svijetu (sceni) pomoću rotacije i translacije.

2D točka u koordinatama kamere je označena kao $[x \ y \ 1]$

3D točka u koordinatama svijeta je označena kao $[X \ Y \ Z \ 1]$

Projekcija slike iz 3D koordinatnog sustava svijeta u 2D koordinatni sustav kamere definirana je kao:

$$(1/w) \begin{bmatrix} u \\ w \\ 1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

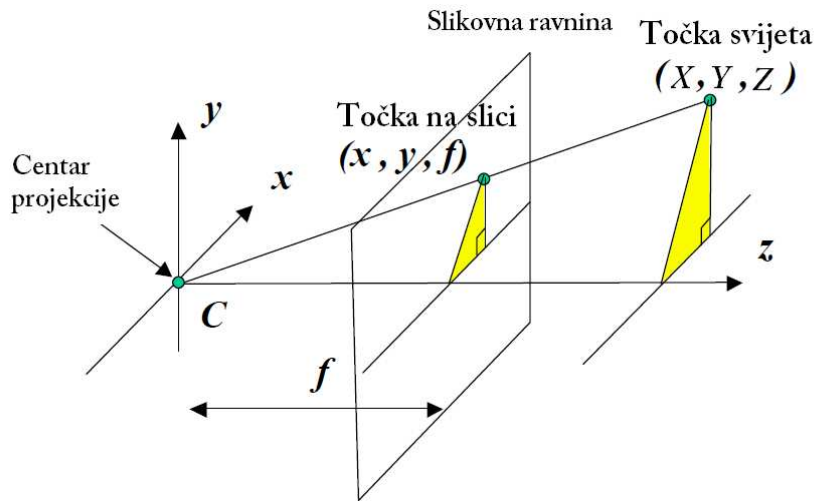
The diagram illustrates the projection equation. On the left, a box labeled 'Intrinzični parametri' has an arrow pointing to the matrix A in the equation. On the right, a box labeled 'Ekstrinzični parametri, rotacija i translacija' has an arrow pointing to the transformation matrix $\begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix}$ in the equation. The equation itself is $(1/w) \begin{bmatrix} u \\ w \\ 1 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} R & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$.

Vektori s koordinatama prikazani su u homogenim koordinatama.

5.2.1 Intrinzični parametri

Intrinzičnih parametara ima 5. Oni su bitni kako bi se mogla izračunati centralna projekcija svijeta na slikovnu ravninu, odnosno senzor kamere. Centralna projekcija je linearna transformacija. Intrinzični parametri se nalaze u matrici intrinzičnih parametara koja je u ovom radu označena s A . Matrica A , proširena zbog korektnosti matematičkog računa, do pred kraj izračuna označena je sa A' .

Parametar: Fokalna udaljenost



Slika 19: Intrinzični parametar – fokalna udaljenost (Ramani D.)

Uz jednadžbe projekcije:

$$x = f \frac{X}{Z}$$

$$y = f \frac{Y}{Z}$$

(2)

Dobiva se linerna transformacija s matricom A':

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

(3)

Prema pravilu homogenih koordinata, x i y koordinate računaju se kao:

$$x = \frac{u}{w}$$

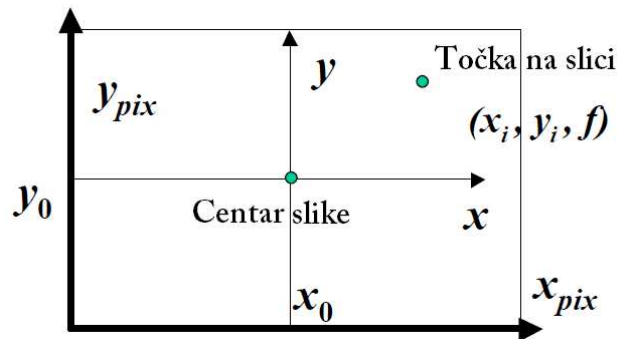
$$y = \frac{v}{w}$$

(4)

Mjerne jedinice u kojima su izraženi x i y jednake su mjernim jedinicama u kojima su izražene koordinate u sceni. U nastavku teksta će biti vidljivo zašto je ovo bitno za naglasiti.

Parametar: Centar slike

Zbog nesavršenosti proizvodnog procesa leće, kao i nesavršenosti prilikom postavljanja leće u kućište kamere, centar slike ne mora biti središnji piksel senzora, tako da centar slike postaje još jedan parametar koji je potrebno otkriti postupkom geometrijske kalibracije.



Slika 20: Intrinzični parametar - centar slike

U 2D koordinatnom sustavu slikovne ravnine, odnosno senzora kamere, mjerenje udaljenosti je moguće izraziti samo u pikselima. Dimenzije jednog piksela, kao i fokalnu udaljenost izraženu u standardnoj mjernoj jedinici za duljinu, nemoguće je izračunati kalibracijom. Iz tog razloga u dosadašnje jednadžbe unose se i faktori skale k_x i k_y . Oni imaju dimenziju odnosa između dimenzije piksela kamere koja se kalibrira i mjerne jedinice korištene u sceni. S obzirom da senzori koji daju informaciju o jednom pikselu ne moraju biti kvadratnog oblika, nego mogu biti više ili manje pravokutni, potrebno je imati dva faktora skale. Faktori skale se ne izračunavaju kalibracijom, niti ih je moguće izračunati.

Nakon preračunavanja mjernih jedinica i uvrštavanja centra slike, dobiva se:

$$\begin{aligned}
 x &= f \frac{X}{Z}, & x_{pix} &= k_x x + x_0 = k_x f \frac{X}{Z} + x_0 = f k_x \frac{X + Z x_0}{Z} \\
 y &= f \frac{Y}{Z}, & y_{pix} &= k_y y + y_0 = k_y f \frac{Y}{Z} + y_0 = f k_y \frac{Y + Z y_0}{Z}
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Matrica A' u mjernim jedinicama pikselima, s parametrima fokus i centar slike:

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & 0 & x_0 & 0 \\ 0 & a_y & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$a_x = fk_x$$

$$a_y = fk_y$$

(6)

Prema pravilu homogenih koordinata, x_{pix} i y_{pix} koordinate računaju se kao:

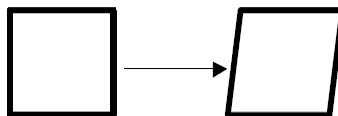
$$x_{pix} = \frac{u'}{w'}$$

$$y_{pix} = \frac{v'}{w'}$$

(7)

Parametar: *skew* (iskošenost senzora)

Sam senzor kamere ne mora biti savršeno pravokutan, nego može imati više ili manje oblik paralelograma. Prije se ovaj parametar koristio često kod kalibracije, no u današnje vrijeme su proizvodni procesi senzora dovoljno usavršeni da ga se može i zanemariti.



Slika 21: Intrinzični parametar - *skew* (iskošenost senzora)

Nakon dodavanja parametra koji uvodi *skew* parametar, izgled jednadžbe poprima oblik:

$$\begin{bmatrix} u' \\ v' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & s & x_0 & 0 \\ 0 & a_y & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

(8)

Prikaz matrice intrinzičnih parametara A:

$$\begin{bmatrix} a_x & s & x_0 & 0 \\ 0 & a_y & y_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & s & x_0 \\ 0 & a_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = A[I_3 | 0_3] \quad (9)$$

Matrica intrinzičnih parametara

$$A = \begin{bmatrix} a_x & s & x_0 \\ 0 & a_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

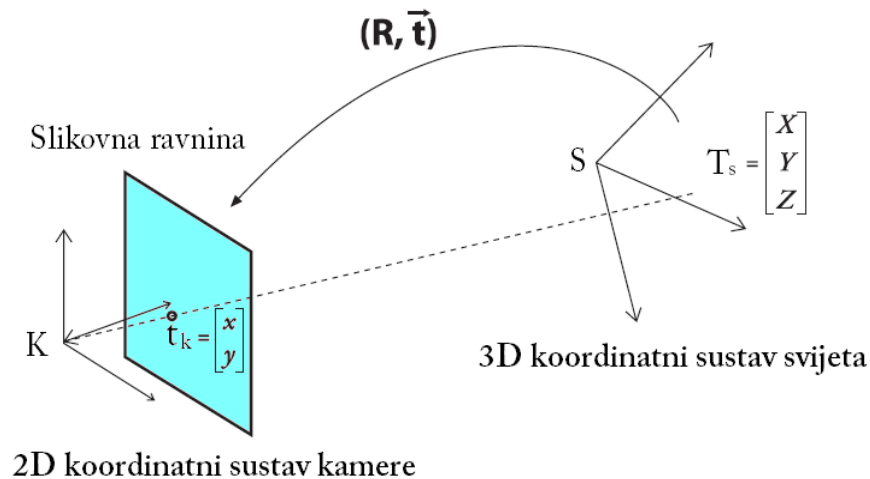
Gdje su:

- a_x i a_y fokalne duljine u pikselima
- x_0 i y_0 su koordinate centra slike u pikselima
- s faktor iskrivljenosti senzora, odnosno skew faktor

Matrica A je gornja trokutasta matrica dimenzija 3x3 te ima 5 stupnjeva slobode.

5.2.2 Ekstrinzični parametri

Kamera ima svoj koordinatni sustav, dok scena u svijetu može imati svoj koordinatni sustav te se ta dva sustava ne moraju poklapati. Iz tog razloga postoje ekstrinzični parametri koji daju međusobni položaj ta dva koordinatna sustava. Položaj je određen matricom rotacije R, u kojoj se nalazi rotacija po svim trima osima, te vektorom translacije \vec{t} u sve tri dimenzije.



Slika 22: Ekstrinzični parametri - rotacija i translacija

Rotacijska matrica se sastoji od tri matrice rotacije: R_x , R_y i R_z .

R_x rotira y os prema z osi:

$$R_x(\varphi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (11)$$

R_y rotira z os prema x osi:

$$R_y(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (12)$$

R_z rotira x os prema y osi:

$$R_z(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Matrica rotacije R veličine 3×3 i vektor translacije \vec{t} veličine 3×1 mogu se zapisivati kao jedna matrica 3×4 :

$$[R \quad \vec{t}] = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

Ukupna jednačba s uključenim i intrinzičnim i ekstrinzičnim parametrima glasi:

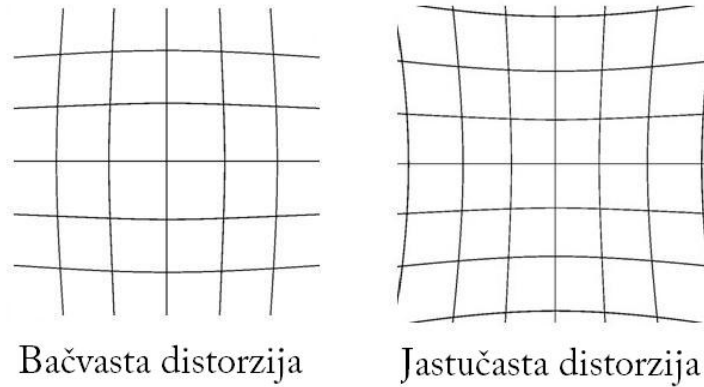
$$\begin{bmatrix} x_{pix} \\ y_{pix} \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & s & x_0 \\ 0 & a_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

5.3 Distorzija leća

Distorzija u optici leća označava odstupanje od idealnog modela projekcije gdje ravne linije u sceni ostaju ravne linije na projekcijskoj ravnini. Distorzija može biti različitog tipa, a tangencijalna i radijalna su dvije najizraženije distorzije kod leća video kamera. U teoriji moguće je napraviti idealnu leću koja neće imati distorzije, ali u praksi, leće koje se nalaze u kamerama imaju veću ili manju distorziju. Razlog tome je proizvodni proces koji nije idealan te je lakše i jeftinije napraviti sferičnu leću nego idealnu paraboličnu. Zbog sferične leće nastaje radijalna distorzija. Isto tako postoji problem kod poravnavanja leće sa senzorom slike, što dovodi do tangencijalne distorzije. Uglavnom što su jeftinije kamere, distorzija njihovih leća je veća te ona može biti vrlo primjetna kod jeftinih web kamera.

5.3.1 Radijalna distorzija

Radijalna distorzija se dijeli na bačvastu (engl. *barrel*) i jastučastu (engl. *pincushion*). Kod bačvaste distorzije slika je najveća u centru te se smanjuje prema rubovima, dok je kod jastučaste obrnuto, slika je najveća na rubovima, a smanjuje se prema centru.



Slika 23: Radijalna distorzija

Radijalna distorzija je jednaka nuli u centru leće te se povećava kako se udaljavamo od centra prema periferiji. U praksi radijalnu distorziju se može matematički aproksimirati s prvih nekoliko elemenata Taylorovog reda. Najbolja aproksimacija dobivena je u slučaju uzimanja samo prva dva, odnosno tri elementa Taylorovog reda. Treći element se računa jedino kod leća koje imaju jako puno distorzije, kao što je riblje oko (engl *fish-eye lens*). Pokazalo se da računanje više elemenata reda, ne samo da ne donosi preciznost, nego je može i smanjiti.

Jačina distorzije ovisi o udaljenosti od centra:

$$r^2 = x^2 + y^2 \quad (1)$$

Položaj svakog piksela se ispravlja prema jednadžbi:

$$\begin{aligned} x_{\text{ispravljeno}} &= x + x(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \\ y_{\text{ispravljeno}} &= y + y(k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6) \end{aligned} \quad (2)$$

k_1 , k_2 i k_3 su koeficijenti radijalne distorzije koje je potrebno otkriti geometrijskom kalibracijom kamere.

5.3.2 Tangencijalna distorzija

Do tangencijalne distorzije dolazi zbog neparalelnog smještaja leće i senzora u kućištu kamere. Aproksimira ju se s dva parametra.

Položaj svakog piksela se ispravlja prema jednadžbi:

$$\begin{aligned}x_{ispravljeno} &= x + (2p_1y + p_2(r^2 + 2x^2)) \\y_{ispravljeno} &= y + (p_1(r^2 + 2y^2) + 2p_2x)\end{aligned}\tag{3}$$

p_1 i p_2 su koeficijenti tangencijalne distorzije koje je potrebno otkriti geometrijskom kalibracijom kamere.

Tangencijalna distorzija na novijim kamerama nije izražena te ju se često zanemaruje.

5.4 Metode geometrijske kalibracije kamere

O geometrijskoj kalibraciji kamere napravljeno je jako puno istraživanja i jako puno članaka, a samim time postoji mnogo metoda namjenjenih kalibraciji kamere. U različitim radovima postoje različite podjele metoda geometrijske kalibracije. U ovom podpoglavlju dan je pregled četiri najkorištenije metode prema korištenom kalibracijskom objektu; kalibracije kalibracijskim kavezom, kalibracijskom ravninom, kalibracijskim štapom, te autokalibracijska metoda koja ne zahtijeva nikakve pomoćne objekte za kalibraciju.

5.4.1 Kalibracija kalibracijskim kavezom

Kalibracija kalibracijskim kavezom kao kalibracijski objekt koristi kalibracijski kavez koji je trodimenzionalna fizička struktura koja na svim trima koordinatnim osima ima ucrtane kalibracijske točke. Kalibraciju ovog tipa moguće je obaviti iz samo jednog pogleda na kalibracijski kavez jer kalibracijske točke postoje u sve tri dimenzije. Kod kalibracijskog kaveza kalibracijske točke postoje u sve tri dimenzije. Kalibracijski kavez kao objekt kalibracije ima mnogo nedostataka. Nezgodan je za prenošenje jer može biti vrlo velik, pogotovo jer se kalibracija ne mora uvijek odvijati na istoj lokaciji. S korisničke strane je nezgrapniji za korištenje od kalibracijske ravnine ili štapa. U slučaju kalibracijskog kaveza koji je sklopiv kako bi bio lakše prenosiv, stalnim sastavljanjem i rastavljanjem gubi se na

njegovoj preciznosti (Whittle, 1982; Wood et. al., 1986). Također precizna i kvalitetna izrada, a kasnije i održavanje, vrlo je zahtjevno i skupo (Pribanić, 2001).

Prednost je s matematičke strane jer je ova metoda najpreciznija. Razlog tome je jednostavnost matematičkog računa u odnosu na ostale metode jer nema proračuna drugih dimenzija višestrukim pogledima na kalibracijski objekt. Više računanja automatski dovodi do manje preciznosti zbog ograničene preciznosti uređaja na kojem se računanje obavlja, odnosno računala.



Slika 24: 3D kalibracijski kavez sastavljen od dvije ravnine pod kutem od 90 stupnjeva

Izračunavanje matrice kamere P pomoću 3D kalibracijskog kaveza.

Ovdje je dan primjer za izračunavanje matrice kamere P ukoliko se koristi kalibracijski kavez te ako kao ulaz koordinata svijeta postoje sve tri koordinate te dvije koordinate od koordinata kamere.

Postoji vektor \vec{m} s koordinatama piksela kamere, vektor \vec{M} s koordinatama svijeta te njihova veza, odnosno matrica kamere P.

$$m = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad x = \frac{u}{w}, \quad y = \frac{v}{w} \quad (1)$$

Vektor \vec{m} se može pisati kao:

$$m = w \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Vektor \vec{M} sadrži koordinate svijeta:

$$M = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Nehomogeni sustav koji predstavlja projekciju:

$$\vec{m} = P_{3 \times 4} \vec{M}$$

Ako se sve podijeli sa vektorom w, sustav može biti zapisan kao:

$$\vec{m}' = P'_{3 \times 4} \vec{M}, \quad \text{uz } \vec{m}' = \begin{bmatrix} x \\ z \\ 1 \end{bmatrix} \text{ i } P'_{3 \times 4} = \frac{1}{w} P_{3 \times 4} \quad (4)$$

Drugačijim raspisivanjem sustav može biti zapisan kao:

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & -X & -Y & -Z & -1 & vX & vY & Vz & v \\
X & Y & Z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -uX & -uY & -uZ & -u \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
p'_{11} \\
p'_{12} \\
p'_{13} \\
p'_{14} \\
p'_{21} \\
p'_{22} \\
p'_{23} \\
p'_{24} \\
p'_{31} \\
p'_{32} \\
p'_{33} \\
p'_{34}
\end{bmatrix}
= 0 \quad (5)$$

Ovakav sustav je homogeni predeterminirani sustav te se kao takav može riješiti SVD faktorizacijom.

Parametar w je moguće dobiti iz jednadžbe:

$$\frac{z}{w} = \frac{Xp_{11} + Yp_{12} + Zp_{13} + p_{14}}{Xp_{31} + Yp_{32} + Zp_{33} + p_{34}} \quad (6)$$

Uvrštavanjem elemenata iz matrice $P'_{3 \times 4}$ te skraćivanjem brojnika i nazivnika sa $1/w$ dobiva se izraz za w:

$$w = \frac{Xp_{31} + Yp_{32} + Zp_{33} + p_{34}}{Xp_{11} + Yp_{12} + Zp_{13} + p_{14}} u \quad (7)$$

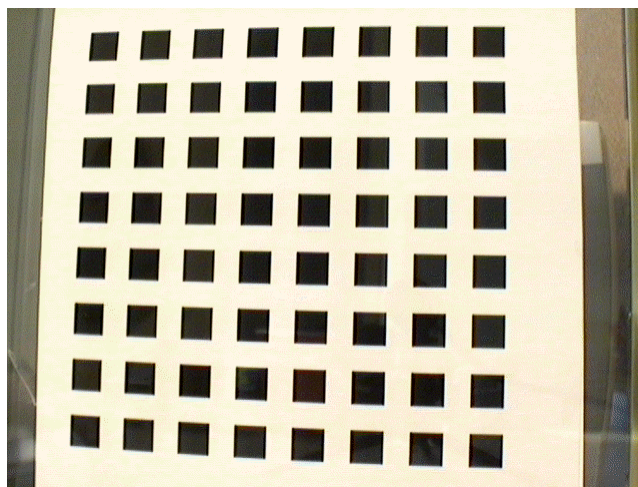
5.4.2 Kalibracija kalibracijskom ravninom

Zbog svih negativnih elemenata kalibracije 3D kalibracijskim kavezom, jedan od puno jednostavnijih načina kalibracije je kalibracija kalibracijskom ravninom. Kalibracijska ravnina ima samo dvije dimenzije, dok je treća dimenzija nula. Zbog toga su za potrebe geometrijske kalibracije kamere potrebna barem dva različita pogleda kako bi bilo moguće izračunati sve tri dimenzije.

Kalibracija 2D kalibracijskom ravninom je odabrana za implementaciju u ovom radu te je zbog toga najdetaljnije opisana. U ovom radu korištena je Zhan-ova metoda kalibracije ravninom (Zhang, 2000).

Kalibracijski objekt

Prilikom kalibracije 2D ravninom, kao kalibracijski objekt uzima se čvrsta ravnina s koje se na lak način mogu izdvojiti točke koje će služiti kao točke u svijetu s pripadajućim koordinatama. Dvije su najčešće kalibracijske ravnine. Prvi je šahovska ploča gdje se kao točke izdvajaju kutovi među bijelim i crnim poljima. Drugi je ravnina s ucrtanim crnim krugovima, odnosno kvadratima na bijeloj podlozi, ili obrnuto. Bitno je, prilikom stvaranja kalibracijske ravnine, točke ili elemente raspoznavanja napraviti binarnim, odnosno crno - bijelim. Razlog tomu je što računalo prilikom detekcije kalibracijskih točaka uvijek koristi neku vrstu binarnog razdvajanja komponenti prema intenzitetu boje. (Pribanić, 2001).



Slika 25: Kalibracijski uzorak - binarni kvadrati



Slika 26: Kalibracijski uzorak - šahovska ploča

Planarna homografija

Planarna homografija je mapiranje s jedne ravnine na drugu. Prilikom kalibracije 2D ravninom, postoji homografija koja preslikava koordinate s kalibracijske ravnine na slikovnu ravninu, odnosno senzor kamere. Matrica homografije H sastoji se od dva dijela; fizičke transformacije koja postavlja ravninu u prostoru (rotacija i translacija) te projekcije točaka na slikovnu ravninu koja koristi intrinzične parametre matrice.

Za točke napisane homogenim koordinatama:

$$M = [X \ Y \ Z \ 1]^T \quad (1)$$

$$m = [x \ y \ 1]^T$$

Dobiva se homografija:

$$m = sHM \quad (2)$$

gdje je s faktor skale

Rotacija i translacija iz matrice H može se pisati zajedno u jednoj matrici W :

$$W = [R \ t] \quad (3)$$

Matrica intrinzičnih parametara sa zanemarenim faktorom iskrivljenosti senzora (engl. skew):

$$A = \begin{bmatrix} a_x & 0 & x_0 \\ 0 & a_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Homografija faktorizirana na rotaciju, translaciju i projekciju ima oblik:

$$m = sAWM \quad (5)$$

Ovo je homografija definirana za preslikavanje iz tri dimenzije u dvije dimenzije. S obzirom da se ovdje radi kalibraciji kalibracijskom ravninom, nema treću dimenziju pa se može treći član vektora M, odnosno Z koordinata, izjednačiti s nulom.

Ukoliko matricu W zapišemo po stupcima, homografija u slučaju ove kalibracije se može zapisati kao:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = sA \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = sA \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Vidljivo je da se dovoljnim brojem poznatih parova m i M može izračunati matrica H, bez poznavanja unutarnjih parametara kamere.

Računanje homografije

Homografija s dvodimenzionalne ravnine, odnosno kalibracijske ravnine, na drugu dvodimenzionalnu ravninu, odnosno senzor kamere, je matrica veličine 3x3.

Jednadžbu homografije u homogenim koordinatama pišemo kao:

$$\begin{bmatrix} xk \\ xk \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Vektori redaka matrice H zovu se h_1 , h_2 i h_3 .

Sada se može pisati:

$$xk = [X \ Y \ 1]h_1^T \quad (8)$$

$$vk = [X \ Y \ 1]h_2^T \quad (9)$$

$$k = [X \ Y \ 1]h_3^T \quad (10)$$

Ubacivanjem (10) u (9) i (8) dobiva se:

$$x[X \ Y \ 1]h_3^T = [X \ Y \ 1]h_1^T \quad (11)$$

$$x[X \ Y \ 1]h_3^T = [X \ Y \ 1]h_2^T \quad (12)$$

Matrica H može se izraziti kao vektor stupac veličine 9x1:

$$h = [h_{11} \ h_{12} \ h_{13} \ h_{21} \ h_{22} \ h_{23} \ h_{31} \ h_{32} \ h_{33}]^T \quad (13)$$

Izraz za homografiju se može prikazati kao:

$$\begin{bmatrix} M' & 0 & -xM' \\ 0 & M & -yM' \end{bmatrix} h = 0,$$

gdje je

$$M' = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X & Y & 1 & 0 & 0 & 0 & -xX & -xY & -x \\ 0 & 0 & 0 & X & Y & 1 & -yX & -yY & -y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{11} \\ h_{12} \\ h_{13} \\ h_{21} \\ h_{22} \\ h_{23} \\ h_{31} \\ h_{32} \\ h_{33} \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

Na jednoj kalibracijskoj ravnini postoji više točaka te se dobiva homogeni predeterminirani sustav:

$$Th = 0,$$

gdje je T poznati vektor veličine $2N \times 9$ u kojega se spremaju parovi koordinata svijeta i kamere, dok je h nepoznati parametar koji sadrži elemente homografije te ga je potrebno izračunati nekom od metoda za računanje homogenih predeterminiranih sustava.

Minimalan broj homografija za dobivanje rješenja

Unutar svake homografije postoji 10 nepoznanica. Na ekstrinzične parametre otpada njih 6, tri na rotaciju te tri na translaciju, dok intrinzičnih parametara ima četiri. Za svaki pogled na kalibracijsku objekt potrebno je riješiti svih 10 parametara, kako bi se dobila homografija u svakom pogledu.

Broj pogleda na kalibracijski objekt označava se s K, dok se broj točaka na kalibracijskom objektu označava s N. Uz pomoć K slika dobiva se $2NK$ parova točaka svijeta i točaka na kameri. Od 10 nepoznatih parametara, 6 ekstrinzičnih parametara je različito na svakom od pogleda, dok su 4 intrinzična parametra fiksirana te se ne mijenjaju pri svakom od K pogleda.

Sustav je rješiv ako je zadovoljeno:

$$2NK \geq 6K + 4$$

odnosno

$$(N-3)K \geq 2 \tag{15}$$

Na prvi pogled se čini da ako na kalibracijskom objektu postoji 5 točaka, odnosno $N = 5$, potreban je samo jedan pogled, odnosno $K = 1$.

Ta tvrdnja je netočna iz razloga što se jednim pogledom na ravninu može saznati samo 8 parametara. Razlog leži u činjenici da su za preslikavanje kvadrata u četverokut potrebne samo četiri točke. S više od četiri točke u jednoj ravnini ne donose se nove informacije, nego se samo povećava preciznost. Iz tog razloga, za rješavanje sustava te izračun svih deset nepoznatih parametara, potrebna su minimalno dva pogleda, svaki sa po minimalno četiri točke. (Bradski i Kaehler, 2008)

Uz $N=4$, odnosno 4 točke s informacijom po jednoj ravnini, dobiva se:

$$(4-3)K \geq 2$$

odnosno

$$K \geq 2 \tag{16}$$

U praksi se, ako želimo kvalitetne rezultate, koristi više od 10 pogleda na kalibracijsku ravninu koja ima više od 40 točaka.

Računanje intrinzičnih i ekstrinzičnih parametara

Homografija se može zapisati kao vektor vektora:

$$H = [h_1 \quad h_2 \quad h_3] = sA[r_1 \quad r_2 \quad t] \tag{17}$$

Svaki od ovih vektora iz H može se zapisati posebnom jednadžbom:

$$h_1 = sAr_1 \quad \text{odnosno} \quad r_1 = \lambda A^{-1}h_1 \tag{18}$$

$$h_2 = sAr_2 \quad \text{odnosno} \quad r_2 = \lambda A^{-1}h_2 \tag{19}$$

$$h_3 = sAr_3 \quad \text{odnosno} \quad r_3 = \lambda A^{-1}h_3 \tag{20}$$

ako je

$$\lambda = 1/s$$

Ortonormalni vektori imaju produkt jednak 0 te su im veličine jednake. Vektori rotacije su međusobno ortogonalni, a zbog toga što im je skala izlučena, veličine su im jednake. Zbog te dvije činjenice rotacijski vektori su ortonormalni.

Ortonormalni vektori:

$$r_1^T r_2 = 0 \quad (21)$$

Općenito za vektore vrijedi $(ab)^T = b^T a^T$ te se uvrštavanjem (18) i (19) u (21) dobiva:

$$h_1^T A^{-T} A^{-1} h_2 = 0 \quad (22)$$

Ova jednadžba predstavlja prvo ograničenje na kojem se temelji ova kalibracija.

Već je prije rečeno da su veličine rotacijskih vektora jednake:

$$\|r_1\| = \|r_2\|, \quad \text{odnosno} \quad r_1^T r_1 = r_2^T r_2 \quad (23)$$

Uvrštavanjem (18) i (19) u (23) dobiva se:

$$h_1^T A^{-T} A^{-1} h_1 = h_2^T A^{-T} A^{-1} h_2 \quad (24)$$

Ova jednadžba predstavlja drugo ograničenje na kojem se temelji ova kalibracija.

Vidljivo je da se u oba ograničenja (22) i (24) nalazi izraz koji sadrži intrinzične parametre $A^{-T} A^{-1}$, a kojeg zamjenjujemo s matricom B:

$$B = A^{-T} A^{-1} \equiv \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Izračunata matrica B s intrinzičnim parametrima izgleda ovako:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{f_x^2} & 0 & \frac{-c_x}{f_x^2} \\ 0 & \frac{1}{f_y^2} & \frac{-c_y}{f_y^2} \\ \frac{-c_x}{f_x^2} & \frac{-c_y}{f_y^2} & \frac{c_x^2}{f_x^2} + \frac{c_y^2}{f_y^2} + 1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Matrica B je simetrična te zbog toga može biti napisana kao vektor b dimenzija 1x6:

$$b = [B_{11} \quad B_{12} \quad B_{22} \quad B_{13} \quad B_{23} \quad B_{33}]$$

Vidljivo je da se element $h_i^T B h_j$ pojavljuje u obje jednačbe s ograničenjima (22) i (24).

Postavlja se jednačba s generičkim vektorom v_{ij} :

$$h_i^T B h_j = v_{ij}^T b = \begin{bmatrix} h_{i1}h_{j1} \\ h_{i1}h_{j2} + h_{i2}h_{j1} \\ h_{i2}h_{j2} \\ h_{i3}h_{j1} + h_{i1}h_{j3} \\ h_{i3}h_{j2} + h_{i2}h_{j3} \\ h_{i3}h_{j3} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \\ B_{22} \\ B_{13} \\ B_{23} \\ B_{33} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Jednačba (27) je jednačba s poznatim elementima vektora v_{ij} i nepoznatim elementima vektora b.

Ako se u (27) uvrste ograničenja (22) i (24), dobiva se novi homogeni sustav:

$$\begin{bmatrix} v_{12}^T \\ (v_{11} - v_{23})^T \end{bmatrix} b = 0 \quad (28)$$

Ovaj homogeni sustav vrijedi samo za jednu homografiju.

Za nužni slučaj više od jedne homografije, dobiva se novi predeterminirani homogeni sustav:

$$Vb = 0 \quad (29)$$

Vektor V je vektor s onoliko parova vektor redaka $\begin{bmatrix} v_{12}^T \\ (v_{11} - v_{23})^T \end{bmatrix}$ koliko je pogleda na kalibracijsku ravninu snimljeno. Veličina vektora V je 2Kx6.

Rješenja intrinzičnih parametara se dobivaju direktno iz matrice B:

$$f_x = \sqrt{\lambda / B_{11}} \quad (30)$$

$$f_y = \sqrt{\lambda B_{11} (B_{11} B_{11} - B_{12}^2)} \quad (31)$$

$$c_x = B_{13} f_x^2 / \lambda \quad (32)$$

$$c_y = (B_{12} B_{13} - B_{11} B_{23}) / (B_{11} B_{22} - B_{12}^2) \quad (33)$$

gdje je

$$\lambda = B_{33} - (B_{13}^2 + c_y (B_{12} B_{13} - B_{11} B_{23})) / B_{11} \quad (34)$$

Za računanje ekstrinzičnih parametara potrebna je jedna referentna homografija prema kojoj će ti parametri biti izračunati, jer su oni različiti za svaki pogled kalibracijske ravnine.

Ekstrinzični parametri računaju se prema sljedećim formulama:

$$r_1 = \lambda A^{-1} h_1 \quad (35)$$

$$r_2 = \lambda A^{-1} h_2 \quad (36)$$

$$r_3 = r_1 \times r_2 \quad (37)$$

$$t = \lambda A^{-1} h_3 \quad (38)$$

gdje je

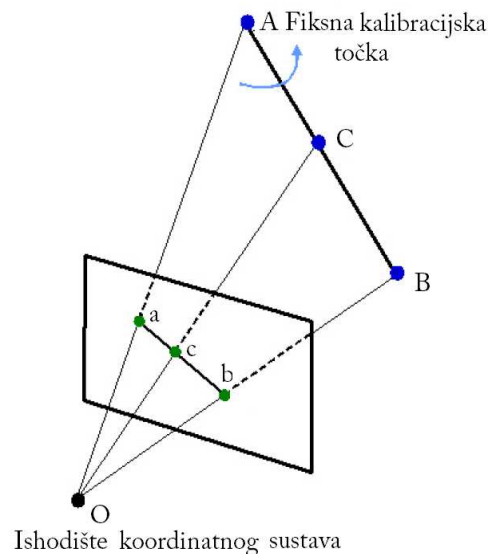
$$\lambda = 1 / \|A^{-1} h_1\|$$

5.4.3 Kalibracija štapom

Kalibracija štapom se odvija uz pomoć ravnog štapa koji na sebi ima kalibracijske točke koje su kolinearne u prostoru. Kalibracija štapom je moguća ukoliko su na štapu minimalno tri točke s poznatim međusobnim udaljenostima te ukoliko je jedna od kalibracijskih točaka na štapu fiksna, dok se ostale zakreću oko nje, čime se dobiva više potrebnih pogleda (Zhang, 2002). Potrebno je 6 ili više pogleda kako bi se riješila kalibracija ovom metodom.

Objašnjenje kalibracije štapom

Ovo rješenje se temelji na kalibraciji štapom s tri kolinearne točke poznatih udaljenosti, od kojih je jedna fiksna, a druge se kreću oko nje (Zhang, 2002). Točka A je fiksna u prostoru te se štap pomiče oko nje. Položaji kalibracijskih točaka u prostoru označeni su s A, B i C, dok su njihove projekcije na senzor kamere označene kao a, b, c. Udaljenost od A do B označena je s L.



Slika 27: Kalibracija štapom

Već više puta napisana jednadžba perspektivne projekcije dana je kao:

$$sm = A[R \quad t]M \quad (1)$$

$$A = \begin{bmatrix} a_x & s & x_0 \\ 0 & a_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Udaljenost točkaka A i B je označena s L:

$$\|B - A\| = L \quad (2)$$

Pozicija točke C je poznata u usporedbi s pozicijama točkaka A i B te se taj odnos predstavlja s $\lambda_A A$ i $\lambda_B B$:

$$C = \lambda_A A + \lambda_B B \quad (3)$$

Matrica rotacije i translacije postavlja se kao:

$$R = I$$

$$t = 0$$

Prema jednadžbi perspektivne projekcije, točke A, B i C izražavaju se kao:

$$A = z_A A^{-1} a \quad (4)$$

$$B = z_B A^{-1} b \quad (5)$$

$$C = z_C A^{-1} c \quad (6)$$

z_A, z_B i z_C označavaju nepoznate z koordinate, odnosno dubinu za točke A, B i C.

Nakon uvrštavanja ove tri jednadžbe u gornje ograničenje (3) te eliminacijom matrice intrinzičnih parametara A^{-1} , dobiva se:

$$z_C c = z_A \lambda_A a + z_B \lambda_B b \quad (7)$$

Nakon vektorskog umnoška s vektorom c i izlučivanjem z_B :

$$z_B = -z_A \frac{\lambda_A (a \times c) \cdot (b \times c)}{\lambda_B (b \times c) \cdot (b \times c)} \quad (8)$$

Uvrštavajući jednadžbe (4) i (5) u (2), dobiva se novi izraz za L:

$$\|A^{-1}(z_B b - z_A a)\| = L \quad (9)$$

Zamjenom z_B u (9) s desnom stranom izraza (8), dobiva se:

$$z_A \left\| A^{-1} \left(a + \frac{\lambda_A(a \times c) \cdot (b \times c)}{\lambda_B(b \times c) \cdot (b \times c)} b \right) \right\| = L$$

Što je ekvivalentno:

$$z_A^2 h^T A^{-T} A^{-1} h = L^2 \quad (10)$$

Uz izraz za vektor h :

$$h = a + \frac{\lambda_A(a \times c) \cdot (b \times c)}{\lambda_B(b \times c) \cdot (b \times c)} b \quad (11)$$

Jednadžba (10) predstavlja osnovno ograničenje za kalibraciju štapom. Sadrži matricu intrinzičnih parametara A te nepoznati parametar z_A koji predstavlja udaljenost točke A . Vektor h je poznat te ga se lako može izračunati iz koordinata točaka na slici te iz odnosa udaljenosti točke C naspram točaka A i B .

U jednadžbi (10) postoji 6 nepoznanica, 5 nepoznatih intrinzičnih parametara iz matrice A te nepoznati parametar z_A . Iz tog razloga potrebno je minimalno 6 pogleda na kalibracijski štap kako bi sustav bio rješiv.

Zamjenom:

$$B = A^{-T} A^{-1} \equiv \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Dobiva se simetrična matrica koja sadrži intrinzične parametre čije je elemente moguće staviti u vektor b veličine 6×1 :

$$b = [B_{11} \quad B_{12} \quad B_{22} \quad B_{13} \quad B_{23} \quad B_{33}]^T \quad (13)$$

Nepoznati parametar z_A i nepoznati vektor b zamjenjuju se s jednim vektorom nepoznanica x veličine 6×1 :

$$x = z_A^2 b$$

Vektor h ima veličinu 3×1 te ga je moguće napisati na drugačiji način, kao vektor v :

$$h = [h_1 \quad h_2 \quad h_3]^T$$

$$v = [h_1^2 \quad 2h_1h_2 \quad h_2^2 \quad 2h_1h_3 \quad 2h_2h_3 \quad h_3^2]^T \quad (14)$$

Sada je jednadžbu (10) moguće napisati kao:

$$v^T x = L^2 \quad (15)$$

Svaki pogled na kalibracijski štap će dati jednu ovakvu jednadžbu s vektorom x koji ima 6 nepoznanica.

Promatrajući n pogleda na kalibracijski štap (minimalno 6), dobiva se rješivi linearni sustav. Ako pogleda ima više od 6, sustav je predeterminiran jer je u sustavu više jednadžbi nego nepoznanica.

Od više jednadžbi (15) dobiva se sustav:

$$Vx = L^2 \mathbf{1}$$

$$V = [v_1 \quad \dots \quad v_N]$$

$$\mathbf{1} = [1 \quad \dots \quad 1]$$

Rješenje sustava se može izračunati kao:

$$x = L^2 (V^T V)^{-1} V^{-T} \mathbf{1}$$

Izračunavanje nepoznanica

Vektor nepoznanica x je dan kao:

$$x = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

Rješenja svake od nepoznanica u eksplicitnom obliku:

$$y_0 = (x_2 x_4 + x_1 x_5) / (x_1 x_3 - x_2^2)$$

$$z_A = \sqrt{x_6 - [x_4^2 + y_0(x_2 x_4 - x_1 x_5)]} / x_1$$

$$a_x = \sqrt{z_A / x_1}$$

$$a_y = \sqrt{z_A x_1 (x_2 x_3 - x_2^2)}$$

$$s = -x_2 a_x^2 a_y / z_A$$

$$x_0 = sy_0 / a_y - x_4 a_x^2 / z_A$$

Nakon ovih izračuna z_B je moguće izračunati prema jednadžbi (8), dok se točke A, B i C mogu izračunati prema jednadžbama (4), (5) i (3).

5.4.4 Autokalibracija kamere

Kalibracijska metoda koja ne koristi nikakve kalibracijske objekte naziva se autokalibracija. Unutarnji parametri kamere se određuju direktno iz sekvence slika, bez pretpostavki o vanjskom svijetu, što ovoj metodi daje veliku fleksibilnost (Hassanpour et. al., 2003). Pretpostavlja se da su parametri kamere fiksni tokom snimanja. Opis ovog rješenja koristi se radom „Camera auto-calibration using a sequence of 2D images with small rotations“ – Hassanpour i Atalay, 2003.

Homografija koja preslikava koordinate svijeta u koordinate na senzoru kamere:

$$P = A[R \quad \vec{t}]$$

gdje je matrica A matrica intrinzičnih parametara, dok su matrica R i vektor \vec{t} ekstrinzični parametri, a matrica P je matrica kamere (engl. *camera matrix*)

Odnos između dvije matrice kamere P_1 i P_2 definiran je epipolarnom geometrijom. Istu točku scene, nazvanu točkom X, mapiramo pomoću dvije različite matrice kamere P_1 i P_2 te dobivamo dvije različite točke na senzoru kamere nazvane x_1 i x_2 .

Mapiranje iste točke scene različitim matricama kamere:

$$x_1 = P_1 X$$

$$x_2 = P_2 X$$

Odnos x_1 i x_2 dobiva se fundamentalnom matricom F :

$$x_1 F x_2$$

F je fundamentalna matrica koja pokazuje odnos među točkama x_1 i x_2 . Ona ovisi samo o projektivnim koordinatama te dvije točke, a ne ovisi o izboru koordinatnog sustava ili o bilo kojoj projektivnoj transformaciji. O tome ovise matrice kamere P_1 i P_2 . Iz toga proizlazi da matrice P_1 i P_2 jednoznačno definiraju fundamentalnu matricu F , dok obrnuto ne vrijedi.

Davajući skup korespondentnih točaka na dvije slike kamere, matrice i 3D scena mogu biti rekonstruirane do projektivne transformacije.

Kako bi se dobila geometrijska struktura rekonstrukcije, potrebna je ortogonalna transformacija i translacija (Hartley i Zisserman, 2000). Ove transformacije ostavljaju ravninu u beskonačnosti nepromjenjenu te preslikavaju *absolute conic*, označen kao Ω , u samoga sebe. Absolute conic je izrođen iz ravnine u beskonačnosti π_∞ koja je definirana kao $[0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ što znači da točke na Ω zadovoljavaju sljedeću jednadžbu:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 0, \quad w = 0$$

Svaki poznati kut ili omjer duljina postavlja ograničenje u obliku jednadžbe te, uz dovoljan broj postavljenih ograničenja, može biti određen. *Absolute conic* je potreban kako bi se projekcijskoj rekonstrukciji dala metrika.

Ova metoda još nije dovoljno pouzdana i zrela (Zhang, 1998) te se rjeđe koristi nego prethodno opisane metode kalibracije pomoću kalibracijskog objekta.

5.4.5 Algoritmi minimizacije greške

Svi ovi algoritmi su linearni te kao takvi predstavljaju samo aproksimaciju rješenja i ulaz u neki od iterativnih postupaka nelinearnog optimiranja. Postupaka nelinearnog optimiranja ima mnogo, a ovdje će biti opisana samo dva koja su implementirana unutar aplikacije za geometrijsku kalibraciju.

Hooke – Jeeves postupak pretraživanja po koordinatnim osima

Ovaj postupak jedan je od jednostavnijih algoritama za pronalaženje optimuma funkcije više varijabli bez uporabe derivacija. Ovaj iterativni algoritam radi na način da iterativno pomiče parametre jedan po jedan za Δ te se nakon svakog pomaka ponovno računa vrijednost funkcije. Ukoliko je pomak parametra rezultirao „boljim“ rješenjem, pomak tog parametra se zadržava, a ako je rješenje „lošije“ pomak se ne pamti te se pomiče sljedeći parametar. Ukoliko su u jednoj iteraciji svi parametri bili pomaknuti za Δ , a nije se dogodilo niti jedno približavanje rješenju, Δ se smanjuje za unaprijed definirani faktor k (obično $k=2$) te se ponavlja iteracija. Iteriranje prestaje kad se Δ smanjila na neku definiranu vrijednost ili kad se rješenje više ne poboljšava u n iteracija.

Levenberg – Marquardt postupak

Ovaj algoritam je vrlo popularan kao metoda nelinearnog optimiranja prilikom geometrijske kalibracije kamere (Press et. al., 1997.). Metoda predstavlja kombinaciju Gauss – Newtonovog algoritma i metode gradijentnog spusta. Prebacivanje s jednog na drugi algoritam se ne dešava odjednom, nego postepeno, u čemu i jest prednost Levenberg – Marquardtovog postupka. Odluka o kombiniranju ove dvije metode, odnosno o udjelu te dvije metode u cijelom algoritmu, donosi se na temelju brzine dolaska do boljeg rješenja.

5.5 Aplikacija s implementiranom metodom geometrijske kalibracije 2D ravninom

Jedan od zadataka ovog rada bila je implementacija odabranog algoritma kalibracije kamere. Za odabrani algoritam je izabrana kalibracija 2D ravninom. Metoda kalibracije 3D kalibracijskim kavezom ocjenjena je kao nezadovoljavajuća jer je kvalitetan kalibracijski kavez precizne izrade skup te mu je kasnije održavanje zahtjevno (Pribanić, 2001). Metoda autokalibracije kamere je rjeđe korištena te još nije dovoljno usavršena (Zhang, 1998), a najkompliciranija je od sve tri te je iz tih razloga i ona ocjenjena kao nezadovoljavajuća. Od dvije preostale metode – kalibracije štapom i kalibracijskom ravninom, kao metoda za

implementaciju odabrana je kalibracija 2D kalibracijskom ravninom jer je najčešće korištena te je, samim time, i najbolje dokumentirana. Isto tako, predstavlja i dobar kompromis između matematičke složenosti i jednostavnosti korištenja za krajnjeg korisnika.

U prvom potpoglavlju opisan je izgled jednostavne kalibracijske ravnine korištene u ovom radu, dok je u drugom poglavlju detaljno opisana implementacija algoritma.

MATLAB programski alat

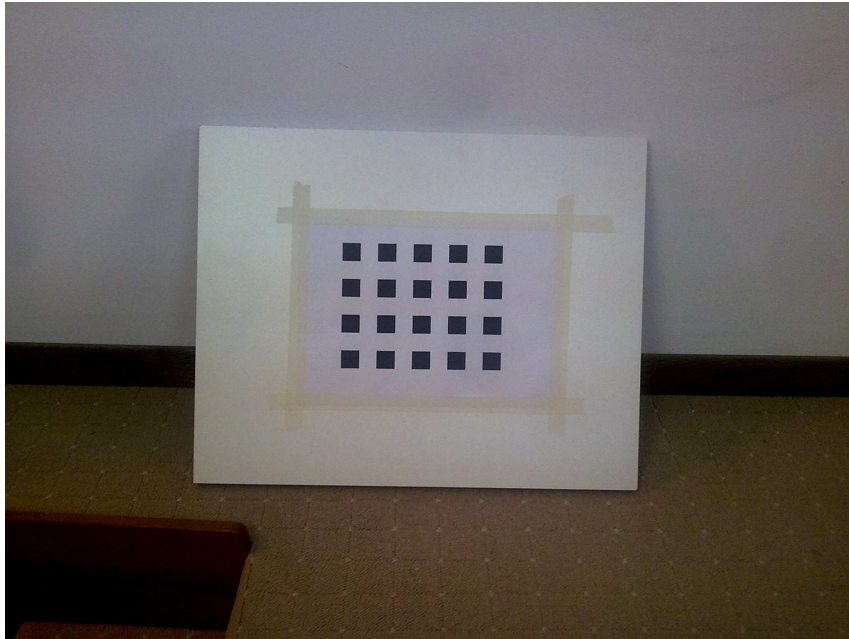
Implementirani algoritam je napravljen u MATLAB programskom alatu. MATLAB je kratica od MATrix LABoratory te predstavlja programsko okruženje. Nastao je 1970.-e godine na Sveučilištu Novog Meksika. Omogućava rad s matricama, nudi iscrtavanje funkcija i podataka, jednostavnu implementaciju algoritama i mnoge druge stvari. Popularan je i kao alat za obradu slike. Također nudi i sučelje s programima napisanima u drugim programskim jezicima, kao što su C, C++ te Fortran.

MATLAB nije namjenjen specifičnoj primjeni te se koristi kao alat u mnogim područjima znanosti, kao što su računarstvo, mehanika, ekonomija i mnoge druge.

MATLAB aplikacija se koristi pomoću svojeg MATLAB programskog jezika koji je skriptnog tipa. Naredbe mogu biti direktno napisane u komandni prozor ili mogu biti napisane i spremljene u tekstualnoj datoteci, kao što je MATLAB skripta.

5.5.1 2D kalibracijski objekt

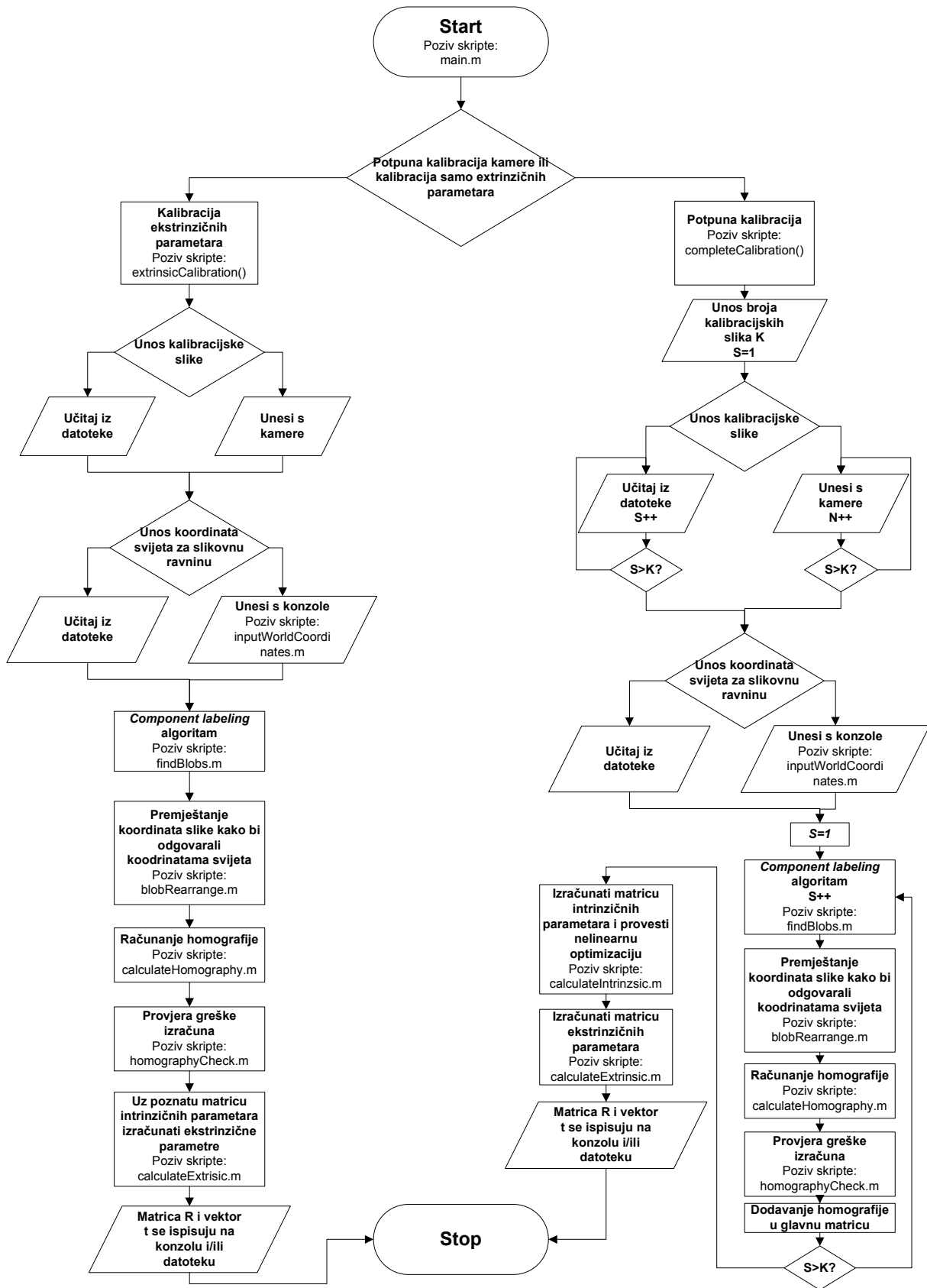
Kao 2D ravnina prilikom kalibracije najčešće se koristi uzorak otisnut na laserskom pisaču na papiru koji je zaljepljen na čvrstu ravnu podlogu. U ovom radu je kao podloga korištena daska od plastificirane iverice dimenzija 40x50x1cm. Iverica je otporna na uvijanje prilikom promjene vlage i temperature, a plastificirana površina osigurava vrlo dobru ravninu. Plastificirana površina je bijele mat boje, što je čini prikladnom za binarnu segmentaciju slike prilikom obrade u aplikaciji. Kalibracijske točke su napravljene kao uzorak od 4x5 točaka, od koje je svaka točka veličine 2x2cm.



Slika 28: Korištena kalibracijska ravnina

5.5.2 Implementirani algoritam

Dijagram toka programa prikazan je na sljedećoj slici.



Opis korištenih MATLAB skripti

1. main.m

Prototip s ulazima/izlazima:

S tipkovnice u konzolu: odabir da li se žele kalibrirati samo ekstrinzični parametri ili se želi obaviti cijela kalibracija.

Opis:

Glavna skripta aplikacije (nije funkcija). Zatvara sve prozore te briše sve varijable na početku pokretanja i obavlja odabir između potpune kalibracije i kalibracije samo ekstrinzičnih, odnosno vanjskih parametara.

2. completeCalibration.m

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[R t M] = completeCalibration();
```

R – matrica rotacije

t – vektor

M – matrica intrinzičnih parametara

Opis:

Glavna funkcija koja pokreće postupak za kompletnu kalibraciju kamere, odnosno njenih i intrinzičnih i ekstrinzičnih parametara.

3. extrinsicCalibration.m

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[R t] = extrinsicCalibration(M);
```

R – matrica rotacije

t – vektor

M – matrica intrinzičnih parametara

Opis:

Glavna funkcija koja pokreće postupak za kalibraciju samo ekstrinzičnih parametara. Kako bi mogla izračunati ekstrinzične parametre, matricu intrinzičnih parametara prima kao ulaz.

4. `inputWorldCoordinates.m`

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[Xworld Yworld row column] = inputWorldCoordinates();
```

Xworld - vektor X koordinata kalibracijskih točaka na ravnini

Yworld - vektor Y koordinata kalibracijskih točaka na ravnini

row - broj redaka na kalibracijskoj ravnini

column - broj stupaca na kalibracijskoj ravnini

Opis:

Ova funkcija služi za unos koordinata na kojima se nalaze kalibracijske točke na kalibracijskoj ravnini. Prvo se od korisnika traži učitavanje broja redaka i stupaca na kalibracijskoj ravnini. Nakon toga korisnik unosi koordinate točaka kalibracijske ravnine stupac po stupac. Koristi se u slučaju da nema datoteke u kojoj su pohranjene ove koordinate.

5. `findBlobs.m`

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[X Y N] = FindBlobs(plane)
```

X - vektor X koordinata centara nađenih komponenata

Y - vektor Y koordinata centara nađenih komponenata

N - broj nađenih komponeata

plane - slika koja predstavlja jedan pogled na kalibracijsku ravninu

Opis:

Funkcija `findBlobs()` implementira component labeling algoritam te za ulaznu sliku nalazi sve segmentirane komponente, odnosno koordinate svih kalibracijskih točaka na slici kalibracijske ravnine.

6. `closestBlob.m`

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[BlobNo] = closestBlob(Xsensor, Ysensor, Xcoor, Ycoor)
```

Xsensor - vektor X koordinata kalibracijskih točaka sa senzora kamere

`Ysensor` – vektor Y koordinata kalibracijskih točaka sa senzora kamere

`Xcoor` – X koordinata točke kojoj je potrebno pronaći najbliži *blob*

`Ycoor` – Y koordinata točke kojoj je potrebno pronaći najbliži *blob*

`BlobNo` – redni broj *bloba* kojem je zadana koordinata najbliža

Opis:

Ova funkcija služi za traženje najbliže komponente iz *component labeling* algoritma, odnosno najbližeg *bloba*. Zadaje joj se koordinata na slici te ona vraća redni broj *bloba* koji je najbliži toj koordinati.

7. `blobRearrange.m`

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[XsensorNew YsensorNew] = blobRearrange(imgPre, XsensorOld,  
YsensorOld, row, column);
```

`XsensorNew` – novi „presloženi“ vektor s X koordinatama *blobova*

`YsensorNew` – novi „presloženi“ vektor s Y koordinatama *blobova*

`imgPre` – ulazna predobrađena slika

`XsensorOld` – ulazni, neuređeni vektor s X koordinatama *blobova*

`YsensorOld` – ulazni, neuređeni vektor s Y koordinatama *blobova*

Opis:

Nakon što funkcija `findBlobs()` nađe *blobove*, njihove koordinate se nalaze u vektorima, ali po redoslijedu kojim su nađeni na slici. Taj redoslijed ovisi o *component labeling* algoritmu te on u većini slučajeva ne odgovara redoslijedu kojim su zapisane koordinate svijeta u svojim vektorima koordinata. Iz tog razloga je potrebno „presložiti“ koordinate nađene funkcijom `findBlobs()` kako bi koordinata *bloba* sa slike po indeksu odgovarala koordinati tog istog *bloba* u koordinatama svijeta. Kako bi se omogućilo „preslagivanje“ koordinata, potreban je unos korisnika koji lijevim klikom miša na slici odabere prvu kalibracijsku točku, te lijevog i desnog susjeda.

8. `calculateHomography.m`

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[homography] = calculateHomography(Xsensor, Ysensor, Xworld, Yworld);
```

homography - matrica homografije

Xsensor - vektor X koordinata centara *blobova* sa slike

Ysensor - vektor Y koordinata centara *blobova* sa slike

Xworld - vektor X koordinata svijeta centara kalibracijskih točaka

Yworld - vektor Y koordinata svijeta centara kalibracijskih točaka

Opis:

Na temelju parova X i Y koordinata centara *bloba* sa senzora i centara pripadajućih kalibracijskih točaka sa slike, ova funkcija vraća matricu homografije.

9. makeVMatrix.m

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[v1 v2] = makeVMatrix (homography);
```

v1 - prva jednadžba koja predstavlja glavno ograničenje za rješavanje

v2 - druga jednadžba koja predstavlja glavno ograničenje za rješavanje

homography - matrica veličine 3x3 koja sadrži homografiju

Opis:

Ova funkcija služi kao priprema za predeterminirani homogeni linearni sustav jednadžbi. Od homografije izrađuje dva vektora koji će biti dio matrice predeterminiranog sustava.

10. homographyCheck.m

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[rms maxEr] = homographyCheck(Xsensor, Ysensor, Xworld, Yworld, H);
```

rms - srednja kvadratna pogreška kod trenutnog pogleda na kalibracijsku ravninu

maxEr - maksimalna kvadratna pogreška kod trenutnog pogleda na ravninu

Xsensor - vektor X koordinata centara *blobova* sa slike

Ysensor - vektor Y koordinata centara *blobova* sa slike

Xworld - vektor X koordinata svijeta centara kalibracijskih točaka

Yworld - vektor Y koordinata svijeta centara kalibracijskih točaka

H - homografija

Opis:

Ova funkcija uspoređuje koordinate dobivene *compoenent labeling* algoritmom, odnosno stvarne koordinate, s koordinatama dobivenim pomoću homografije i koordinata svijeta, odnosno izračunatih koordinata.

11. calculateError.m

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[error] = calculateError(XworldAll, YworldAll, M, RAll, tAll,  
XsensorAll, XsensorAll)
```

XworldAll - matrica koja sadrži sve X koordinate svijeta svih kalibracijskih pogleda

YworldAll - matrica koja sadrži sve Y koordinate svijeta svih kalibracijskih pogleda

M - matrica intrinzičnih parametara

RAll - skup matrica rotacija od svakog kalibracijskog pogleda

tAll - skup vektora translacije od svakog kalibracijskog pogleda

XsensorAll - matrica koja sadrži sve X koordinate slike svih kalibracijskih pogleda

XsensorAll - matrica koja sadrži sve Y koordinate slike svih kalibracijskih pogleda

Opis:

Ova funkcija računa grešku koja će se koristiti kao funkcija koju je potrebno minimizirati u postupku linearne optimizacije.

12. calculateIntrinsic.m

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[fx fy cx cy M] = calculateIntrinsics(B)
```

fx - fokalna udaljenost

fy - fokalna udaljenost

cx - X koordinata centra slike

cy - Y koordinata centra slike

M - cijela matrica intrinzičnih parametara

B - ulazno rješenje predeterminiranog sustava

Opis:

Funkcija na temelju matrice B, izračunata rješavanjem predeterminiranog sustava, računa intrinzične parametre kamere. Također, metodom nelineranog optimiranja optimira parametre te se dobiva veća točnost.

13. calculateExtrinsic.m

Prototip s ulazima/izlazima:

```
[R t] = calculateExtrinsics(M, H)
```

R - rotacijska matrica

t - translacijski vektor

M - matrica intrinzičnih parametara

H - homografija na temelju koje se računaju ekstrinzični parametri

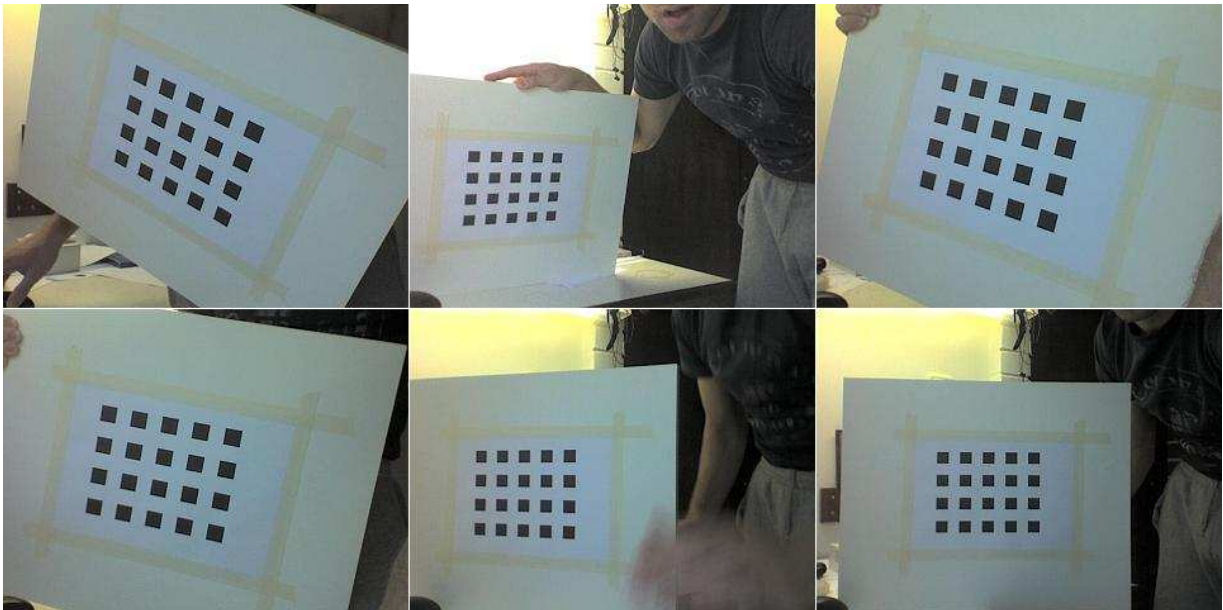
Opis:

Ova funkcija računa ekstrinzične parametre na temelju matrice intrinzičnih parametara te dane homografije za pogled kalibracijske ravnine za koji se žele izračunati parametri.

Rezultati:

Za sljedećih 6 kalibracijskih slika dobiveni su sljedeći rezultati:

Kamera je Apple iSight rezolucije 640x480 piksela.



Slika 29: Geometrijska kalibracija sa 6 pogleda

Intrinzični parametri kamere

$$A = \begin{bmatrix} 713,9986 & 0 & 357,2243 \\ 0 & 715,6918 & 228,6223 \\ 0 & 0 & 1,0000 \end{bmatrix}$$

Matrica rotacije zadnje slike

$$R = \begin{bmatrix} 0,9987 & -0,0039 & -0,0516 \\ 0,0071 & 0,9980 & 0,0622 \\ 0,0512 & -0,0625 & 0,9967 \end{bmatrix}$$

Vektor translacije zadnje slike

$$t = \begin{bmatrix} -18,4766 \\ -0,2613 \\ 79,4894 \end{bmatrix}$$

Zaključak

Kalibracija je po definiciji usporedba između dvije mjere; jedne mjere poznate veličine s mjerom nepoznate veličine dobivene nekim mjernim uređajem. Kalibracija mjernih uređaja je nužna kako bi njihovo mjerenje bilo točno.

Video kamera može biti mjerni uređaj koji pruža dvije informacije. Prva informacija je informacija o boji, odnosno intenzitetu svjetlosti, dok druga informacija govori o položaju snimanog objekta u prostoru.

Kako bi dolazne numeričke informacije s kamere imale značenje, kameru je potrebno kalibrirati. Ovisno o namjeni, odnosno o vrsti mjerenja za koje će kamera služiti, potrebno je napraviti kalibraciju boje, geometrijsku kalibraciju ili obje vrste kalibracije kamere.

Kalibracijom boje vrijednosti boje kalibrirane kamere postaju usporedive s vrijednostima boja poznatog prostora boja koji je služio za kalibraciju. Također, u slučaju dvije ili više kamera, njihovom zajedničkom kalibracijom s poznatim prostorom boja, informacije o bojama koje dolaze s tih kamera postaju međusobno usporedive.

Implementirana je samostalna aplikacija pomoću koje je moguće kalibrirati boju bilo koje kamere povezane na računalo. Aplikacija s korisnikom komunicira pomoću grafičkog sučelja u kojemu se po koracima prati postupak kalibracije te je moguće vidjeti rezultate nakon što je boja kamere kalibrirana.

Geometrijska kalibracija je potrebna ukoliko se kamera koristi za mjerenje položaja i oblika objekata u sceni. Geometrijskom kalibracijom definiraju se intrinzični i ekstrinzični parametri kamere. Intrinzični parametri, nazvani još i unutarnji parametri, sadrže informaciju o fizičkim informacijama kamere: fokalnoj duljini, optičkoj osi, odnosno centru slike, te informaciju o iskošenosti senzora (engl. *skew*). Ekstrinzični parametri govore o smještaju kamere unutar zamišljenog koordinatnog sustava određenog kalibracijom. Nakon geometrijske kalibracije, za svaku 2D koordinatu dobivenu s senzora kamere moguće je odrediti kojem skupu točaka u zamišljenom 3D koordinatnom sustavu pripada.

Metode geometrijske kalibracije dijelimo na kalibraciju 3D kalibracijskim kavezom, kalibraciju 2D kalibracijskom ravninom, kalibraciju kalibracijskim štapom te autokalibraciju kamere.

Napravljena je aplikacija koja implementira kalibraciju 2D kalibracijskom ravninom. Aplikacija je napravljena u MATLAB-u i nudi potpuni postupak te izračunavanje ekstrinzičnih i intrinzičnih parametara. Također, omogućava se kalibracija iz već snimljenih slika kalibracijske ravnine te direktna kalibracija snimanjem tokom kalibracije. Implementirana je i metoda nelinerane optimizacije kako bi izračunati intrinzični parametri bili što točniji.

Literatura

- Balihar D., What is a pinhole camera?, 2001., What is a pinhole camera?, <http://www.pinhole.cz/en/index.php>, 3.3.2010.
- Bradski G., Kaehler A., Learning OpenCV, First Edition, Sebastopol, California, USA O'Reilly Media, 2008.
- Cameron-Fenwick L., Photography and Pinhole Cameras, 5.10.2009., Photography and Pinhole Cameras, <http://snc0910-nd1ainitial-lucycameronfen.blogspot.com/2009/10/oh-hiiiiiiiiiya.html>, 25.3.2010.
- Hartley R., Zisserman A., Multiple View Geometry, IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Fort Collins, Colorado, USA, 1999., 625–632
- Henč-Bartolić V., Kulušić P., Valovi i optika: Udžbenik fizike za studente Fakulteta elektrotehnike i računarstva, 3. izdanje, Zagreb, Školska knjiga, 2004.
- Jarvis R., Solving a Homogeneous Linear Equation System, Solving a Homogeneous Linear Equation System, http://www.ds.eng.monash.edu.au/ece4711/homogeneous_equations.pdf, 15.4.2010.
- Kagarlitsky S., Moses Y., Hel-Or Y., Piecewise-consistent Color Mappings of Images Acquired Under Various Conditions, Efi Arazi School of Computer Science
- Lončarić S., Stereo vid, Predavanje, Fakultet elektrotehnike i računarstva, Zagreb, Croatia
- Porikli F., Inter – Camera Color Calibration Using Cross – Correlation Model, Mitsubishi Electric Research Labs, 2004.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., Flannery, B.P., 1997, Numerical Recipes in Cambridge University Press, New York
- Pribanić T., Izračun položaja ljudskog tijela u prostoru, Magistarski rad, Fakultet Elektrotehnike i računarstva, 2001.

- Pribanić T., Salvi J., Kasović M., Calibration Of 3D Kinematic Systems Using 2D Calibration Plate,
- Ramani D., Lectures: Computer vision, Camera calibration, , Lectures: Computer vision, 11.4.2010.
- Reinhard E., Ashikhmin M., Gooch B., Shirley P., Color Transfer between Images, Applied Perception, September/October, 2001, 34-41
- Sapiano T., Bayer Filter Array, 21.5.2007, , Bayer Filter Array, <http://www.prophotohome.com/forum/pro-photo-wiki-select-articles/73252-bayer-filter-array.html>, 9.3.2010.
- Weatherburn I. 2009. DxO Optics Pro Elite 5.3.3 - A Review, 12.4.2009, DxO Optics Pro Elite 5.3.3 - A Review, <http://ianweatherburn.blogspot.com/2009/03/dxo-optics-pro-elite-533-review.html>, 9.3.2010.
- Zhang Z., A flexible new technique for camera calibration, Technical Report, Microsoft Corporation, 1999.
- Zhang Z., Camera Calibration With One-Dimensional Objects, Technical Report, Microsoft Corporation, 2002.
- Žubrinić D., Lienarna algebra, Predavanje, Fakultet elektrotehnike i računarstva, 2002, Zagreb, Croatia

Sažetak

Naslov: Metode kalibracije kamere

Tema diplomskog rada je kalibracija video kamere. Kod video kamere moguće je kalibrirati boju te je moguće napraviti geometrijsku kalibraciju kamere. U sklopu diplomskog rada proučen je i opisan *pinhole* model kamere koji predstavlja osnovu za geometrijsku kalibraciju. Također, kao dio diplomskog rada osmišljen je algoritam za kalibraciju boja video kamere te je implementiran u samostalnu aplikaciju za kalibraciju boja. Proučeno je i opisano nekoliko algoritama koji omogućavaju geometrijsku kalibraciju kamere, a razlikuju se po preciznosti, jednostavnosti implementacije te jednostavnosti korištenja. Odabrana je metoda kalibracije 2D ravninom te je implementirana kao samostalna aplikacija za geometrijsku kalibraciju kamere.

Ključne riječi: distorzija leća, kalibracija boje, kalibracija kamere, kalibracijska ravnina, ekstrinzični parametri, intrinzični parametri, *pinhole* model, perspektivna projekcija, prostor boja, predeterminirani sustav

Summary

Title: Camera calibration methods

This thesis focuses on the video camera calibration process. Using the video camera, it is possible to calibrate the color, as well as to make the geometrical calibration of the camera. As a part of this thesis, I have also studied and described the pinhole model of the camera, which represents the basis for geometrical calibration. Also, as a part of the thesis, the algorithm for video camera color calibration will be presented and implemented in the standalone application for color calibration. I have done researches of several algorithms that enable the geometrical camera calibration and have, also, thoroughly described them. These algorithms vary in terms of accuracy, simplicity of the implementation and simplicity of using. The calibration method that has been chosen uses 2D plane and is implemented as MATLAB application for geometrical camera calibration.

Keywords: calibration plane, camera calibration, color calibration, color space, extrinsic parameters, intrinsic parameters, lens distortion, overdetermined system, perspective projection, pinhole model